

$$Y = X\beta + u$$

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + u_i$$

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y$$

Εκτίμηση από δείγμα.

Δεν έχουν αυτοσυσχέτιση
Δεν έχουν ετεροσκεδαστικότητα

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_1 \\ 1 & X_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & X_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}$$

$$Y_1 = \beta_0 + \beta_1 X_1 + u_1$$

$$Y_2 = \beta_0 + \beta_1 X_2 + u_2$$

$$\vdots$$

$$Y_n = \beta_0 + \beta_1 X_n + u_n$$

η + η + ... + η

→ Είμαστε τον αυτιό μηχανισμό

- Είχουμε ΑΠΟΛΥΤΑ του αυτιό μηχανισμού. Δηλαδή μπορούμε να δώσουμε στο X, ότι τιμή θέλουμε.

- Το disturbance είναι τυχαίο και γρήγορο σε σταθερές συνθήκες ($E(u_i) = 0$)

- Το $u \sim N(0, \sigma^2)$. Κανονική κατανομή με μέσο όρο 0 και σ^2 διακύμανση

$$Y = Xb + e$$

↑
Διγλω

$$b = (X'X)^{-1}X'Y$$

↓ ελαττώσει την εγγύτητα κατάλοιπων

$$Y'Xb = b'X'Y$$

$$e = Y - Xb$$

$$e'e = (Y - Xb)'(Y - Xb) \Rightarrow e'e = Y'Y - \underbrace{Y'Xb}_{Y' - b'X'} - b'X'Y + b'X'Xb$$

$$\frac{\partial e'e}{\partial b} = -2Y'X + 2X'Xb = 0 \Rightarrow b = (X'X)^{-1}X'Y$$

εγγύτητα

$$E(b) = \beta \quad b = (X'X)^{-1}X'(X\beta + u) \Rightarrow b = \underbrace{(X'X)^{-1}X'X}_{=I} \beta + (X'X)^{-1}X'u$$

$$b = \beta + (X'X)^{-1}X'u \quad E(b) = \beta + (X'X)^{-1}X'E(u) \overset{I}{=} \beta$$

Εξ μηδενικών = 0

Τι θα συνέβαινε αν το X δεν ήταν ερρόχουτα
 ή ερρόχουτα από ερρόχους; Δηλαδή αν ήταν
 ΤΥΧΑΙΑ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ;

$$b = \beta + (X'X)^{-1}X'u \neq \beta + \underline{(X'X)^{-1}X'}E(u)$$

Δεν έχει η χίον τίγυ σταθερός

Άρα $E[\underline{(X'X)^{-1}X'}\underline{u}]$ δεν είναι αναγκαστικά μηδέν
 τυχαία μεταβλητή * τυχαία μεταβλητή

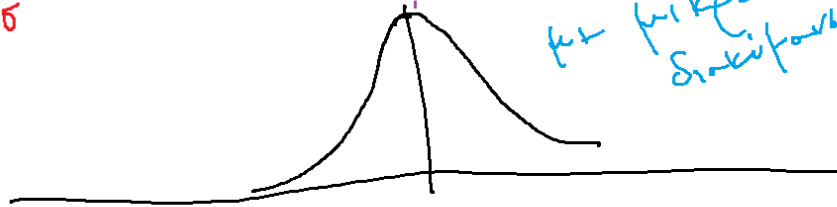
1^η κανονική κατανομή



τυπική απόκλιση

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

2^η κανονική κατανομή
με μικρότερη
διακύμανση/τυπική απόκλιση



Ερωτήματα.

1. Ξέροντας μ και σ^2 μπορούμε υπολογίσει την πιθανότητα $P(X \in x_1), P(X \in x_2) \dots$ ΝΑΙ
2. Αν έχω τιμές $x_1, x_2, \dots, x_n$ μπορούμε βρω το μ και σ^2 της κανονικής κατανομής από την οποία προήλθαν τα $x_1, x_2, \dots, x_n$ ΝΑΙ

Για να μιλήσουμε για κατανομή πιθανότητας πρέπει να γοφτε πρώτα
δυσ λόγους για την ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ.

Φυσική Διαδικασία ΑΡΧΙΚΗ ΕΝΝΟΙΑ

↓
Πείραξη Τύχης

Το αποτέλεσμα ↑

Εξηρείται από παρ-
χοντες που είτε δεν ξέρω,
δεν ήθελα ή όλα τα
αυτοτερω.

ΤΥΧΑΙΑ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ

Ανηκόνει σε ΑΠΙΘΜΟ

(πόσα είδη αριθμών έχουμε)

Φυσικοί *

Ακέραιοι

Ρητοί

Προγεγετικοί *

Μιχδικοί

Από τη
επιλογή που
έγινε κόνια

το ημια-
σε αριθμό

ΤΟΥ ΔΙΝΟ

ΤΙΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ

ΤΟΥ ΑΠΙΘΜΟΥ

και αντίστροφα

Πείραμα Τύχης

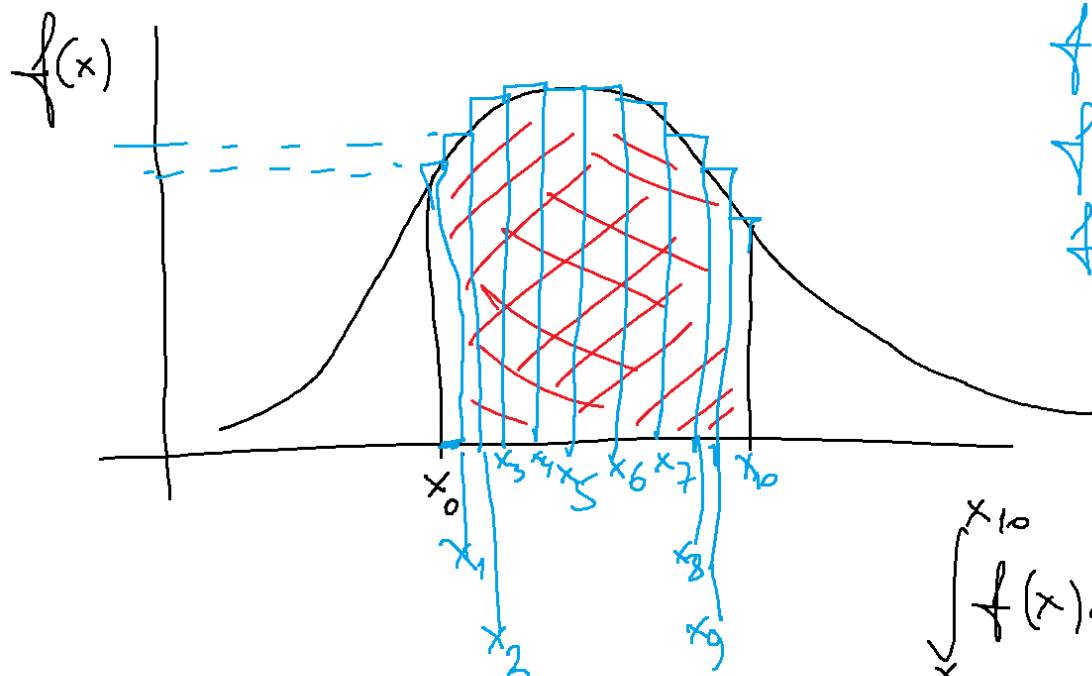
└ Αληθινά ή ερθεύς ΤΥΧΑΙΑ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ

└ Αληθινά ή ερθεύς πιθανότητα "εργείας" ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ

Από τα είδη των ερθεύων και τη φύση των ητρεφύτων έχουε:

ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ~ Πειρήματα και δυνατότητα ητρεφείας και ανάλυσης των
Συνχίς Τυχίς Μεταβλίας ~ Εξίςτων στο ασηχίςτητα λόγου χόρις τίς, διατρίβιο - 5 κ)η

ΑΚΕΡΑΙΟΙ ~ Πειρήματα ητρεφύτων ην έχουν ως ασηχίςτητα καταστάσεις
(καταστάσεις ην είν γούρναυ τήτρεα, δει διατρίβιων κ)η.
ή κωδικοί ~ Π.Χ. άνδρες/γυναικες όροβοι Διατρίβιων/μονοετοικίς/τήτρεα
Διακρίτις Τυχίς Μεταβλίας ~ κ)η.



$$f(x_1) \cdot [x_1 - x_0] = dx_1 \quad \sum f(x_i) \cdot dx_i$$

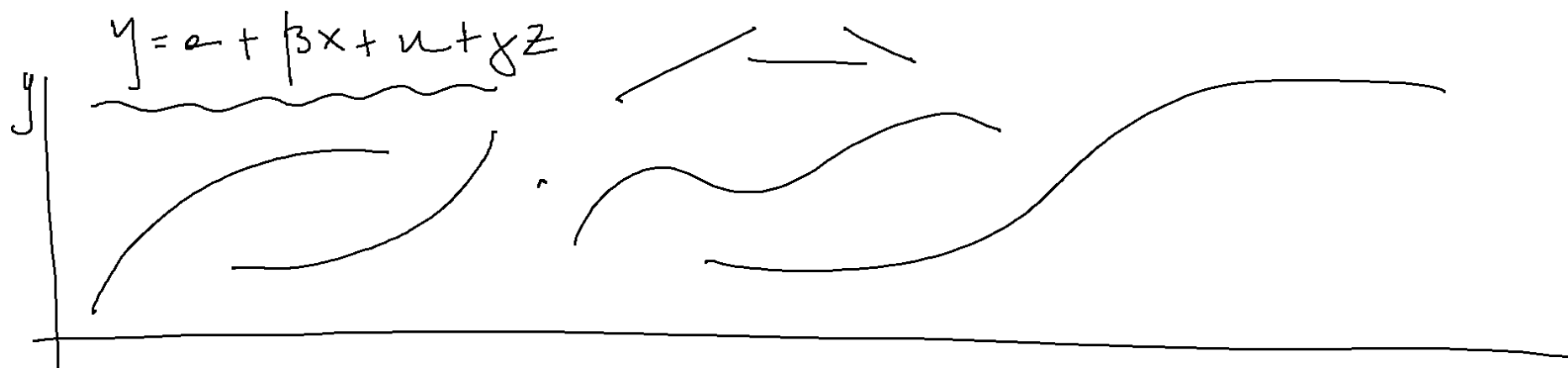
$$f(x_2) [x_2 - x_1] = dx_2$$

$$f(x_3) [x_3 - x_2] = dx_3$$

$$dx_i \rightarrow 0$$

$$\sum_{i=1}^{10} f(x_i) dx_i$$

$$\int_{x_0}^{x_{10}} f(x) dx$$



Διαφορές ποσότητας της εξίσωσης του x & του y .
 (Στατιστική).

$$y = \beta_0 + \beta_1 x$$

ευθεία

κλίση
κύρτωση

Διαστάσεις

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2$$

παράβολο

1

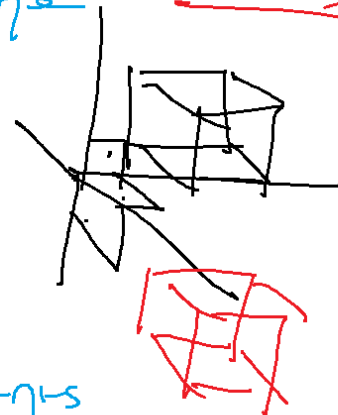
$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \beta_3 x^3$$

2

2 κύρτωση

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \dots + \beta_k x^k$$

k-1 κύρτωση



Πολυωνυμικές Εξισώσεις

Σχόλιο:
Προβλεπώ
τα κατάλοιπα
για λόγους
οφέλους
παραμένει.
Θα τα βάλω
και θα τα
εξομαλύνω
στο τέλος.

Συμπλήρωση πολλαπλών: (παρεγέρω στο μ -
ανταρτήση β -ταβλητή - $\rightarrow$ γλωση

$$\text{ΤΙΜΗ } m^2 = \beta_0 + \beta_1 \text{ ΠΑΛΑΙΟΤΗΤΑ} + \beta_2 \text{ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ}$$

$$y = \beta_0 + \beta_1 \underline{x_1} + \beta_2 \underline{x_2}$$

Παρελλήλως κατὰ το πρότυπο των 2 β -ταβλητών (y, x)

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_1^2 + \beta_4 x_2^2 + \beta_5 x_1 \cdot x_2 + \beta_6 x_1^3 + \dots$$

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2$$

Θέλω να δω πως μεταβάλλεται το y , όταν αγγίζω το x !

Από τα μαθηματικά θυμάμαι το διαφορικό, την παράγωγο

$$dy = d(\beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2) = d\beta_0 + d(\beta_1 x) + d(\beta_2 x^2)$$

$$0 \quad \beta_1 dx + 2\beta_2 x dx$$

Αν το dx είναι 1 (σημαίνει παραμύθι αυξάνω κατά

1 έτος, τότε έχω

$$dy(\text{Μεταβόη ηλικίας}) = -0.8 + 2 \cdot 0.9 \cdot x$$

Έστω ότι έχω νεοδότη ακίνητο
 $x=0$, τότε $dy = -0.8$
 Έστω ακίνητο 10 ετών $-0.8 + 2 \cdot 0.9 \cdot 10$

$$y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2$$

$$y = \beta_0 X_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2} \Rightarrow \ln y = \ln \beta_0 + \beta_1 \ln X_1 + \beta_2 \ln X_2$$

$$y^* = \beta_0^* + \beta_1^* X_1^* + \beta_2^* X_2^*$$

$$y = e^{\beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2}$$

$$\Rightarrow \ln y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2$$

$$e^y = \beta_0^{\beta_1} X_1^{\beta_2}$$

$$\Rightarrow y = \ln \beta_0 + \beta_1 \ln X_1 + \beta_2 \ln X_2$$

$$y = \frac{1}{\beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2$$

