## 2.2 Προεξόφληση και ανατοκισμός

**Απλή προεξόφληση**

Η έννοια της *απλής προεξόφλησης* αναφέρεται στον υπολογισμό της παρούσας αξίας (present value –$PV$) ενός μελλοντικού χρηματικού ποσού (ή ταμειακής ροής, έστω $F$), παραδείγματος χάρη ενός έτους από σήμερα. Για να υπολογίσουμε την παρούσα αξία αυτή, χρησιμοποιούμε τον ακόλουθο τύπο:

$$PV = \frac{F}{(1+r)},$$

όπου $r$ συμβολίζει το προεξοφλητικό επιτόκιο (ή απλά το επιτόκιο, όπως συνήθως αναφέρεται διαφορετικά). Από τον παραπάνω τύπο μπορεί εύκολα να διαπιστωθεί ότι ο υπολογισμός της *παρούσας αξίας* $PV$ αποτελεί αντίστροφη πράξη του υπολογισμού της *μελλοντικής αξίας* ενός αρχικού χρηματικού ποσού (κεφαλαίου), έστω $C$. Η μελλοντική αξία του ποσού αυτού σε μια περίοδο από σήμερα ισούται με το αρχικό κεφάλαιο $C$ συν τους τόκους του, που ανέρχονται στο ποσό $rC$, δηλαδή

$$C(1+r) = C + rC = FV.$$

όπου $r$ αποτελεί το επιτόκιο με βάση το οποίο υπολογίζονται οι τόκοι. Το επιτόκιο αυτό είναι το ίδιο με εκείνο που προεξοφλούνται οι μελλοντικές αξίες. Συγκρίνοντας τους παραπάνω δύο τύπους υπολογισμού της παρούσας και της μελλοντικής αξίας, είναι προφανές ότι ο ένας αποτελεί αντίστροφη σχέση του άλλου. Παρατηρήστε ότι, αν θεωρήσουμε ότι $C=PV$, τότε η μελλοντική αξία (future value -$FV$) του κεφαλαίου $C$ σε μια περίοδο (π.χ. ένα έτος) από σήμερα θα ισούται με $F$, δηλαδή θα έχουμε $F=FV$.

Το παραπάνω παράδειγμα προεξόφλησης μπορεί να γίνει ακόμη πιο σύνθετο. Θεωρήστε ότι $r$ αποτελεί το ετήσιο προεξοφλητικό επιτόκιο και εμείς θέλουμε να υπολογίσουμε την παρούσα αξία της μελλοντικής χρηματικής ροής μιας επένδυσης $F$ για μια υποπερίοδο $m$ του έτους, π.χ. γιά $m$=3 μήνες από σήμερα. Τότε, η παρούσα αξία αυτή υπολογίζεται ως εξής:

$$PV = \frac{F}{(1+\frac{m}{12}r)},$$

όπου το κλάσμα $\frac{m}{12}$ μετατρέπει το επιτόκιο $r$ από ετήσιο σε επιτόκιο $m$-υποπεριόδων. Αντίστοιχα, η μελλοντική αξία του αρχικού κεφαλαίου $C$ μετά από $m$ υποπεριόδους του έτους θα υπολογίζεται ως εξής:

$$C(1+\frac{m}{12}r) = C + \frac{m}{12}rC = FV.$$

**Σύνθετη προεξόφληση**

Η *σύνθετη προεξόφληση* αναφέρεται στον υπολογισμό της παρούσας αξίας μιας μελλοντικής αξίας $F$ $n$-περιόδων από σήμερα. Στην περίπτωση αυτή, η παρούσα αξία υπολογίζεται ως εξής:

$$PV = \frac{F}{(1+r)^n}.$$

Γράφοντας την παραπάνω σχέση ως ακολούθως:

$$PV(1+r)(1+r)....(1+r) = PV(1+r)^n = F,$$

μπορεί να διαπιστωθεί εύκολα ότι στη σύνθετη προεξόφληση οι τόκοι θεωρούνται ότι ανατοκίζονται (ή κεφαλαιοποιούνται, όπως αναφέρεται εναλλακτικά) σε κάθε μελλοντική περίοδο χρησιμοποιώντας το ίδιο προεξοφλητικό επιτόκιο $r$.

Στην αξιολόγηση επενδυτικών σχεδίων, υπάρχουν πολλά παραδείγματα σύνθετης προεξόφλησης ή ανατοκισμού. Στη συνέχεια, παραθέτουμε μερικά από αυτά, που χρησιμοποιούνται πιο συχνά στην πράξη, όπως είναι η ληξιπρόθεσμη και η διηνεκής ράντα.

**Ράντες**

*Ράντα* αποτελεί μια σειρά από μελλοντικές χρηματικές ροές οι οποίες πραγματοποιούνται ανά τακτά, ίσα χρονικά διαστήματα, π.χ. έτη, ή εξάμηνα. Ράντα μπορεί να είναι η πληρωμή των τοκοχρεωλυτικών δόσεων ενός δανείου, η πρόσοδος μιας επένδυσης (π.χ. από ένα ομόλογο ή γραμμάτιο), το ενοίκιο ενός ακινήτου κ.ο.κ. Αν η ράντα είναι *ληξιπρόθεσμη (annuity)* με ημερομηνία λήξης *n*-περιόδους από σήμερα, τότε μπορούμε να υπολογίσουμε την τιμή της, η οποία αναφέρεται και ως *δίκαιη ή εύλογη τιμή*, χρησιμοποιώντας τον ακόλουθο τύπο της παρούσας αξίας:

$$PV = \frac{C_1}{(1+r)^1} + \frac{C_2}{(1+r)^2} + .... + \frac{C_n}{(1+r)^n} = \sum_{\tau=1}^{n} \frac{C_\tau}{(1+r)^\tau} = PV_1 + PV_2 + ... + PV_n$$

όπου $PV_\tau = \frac{C_\tau}{(1+r)^\tau}$ αποτελεί την παρούσα αξία μιας μελλοντικής ροής (δόσης) της ράντας $C_\tau$ στη χρονική περίοδο $\tau$, για $\tau$=1,2,...*n* περιόδους. Στην περίπτωση που οι ροές της ράντας είναι ίδιες, δηλαδή έχουμε $C = C_1 = C_2 = ... = C_n$, τότε ο παραπάνω τύπος της αξίας της ράντας μπορεί να απλοποιηθεί ως ακολούθως:

$$PV = \frac{C}{(1+r)^1} + \frac{C}{(1+r)^2} + .... + \frac{C}{(1+r)^n} = \frac{C}{(1+r)}\left[1 + \frac{1}{(1+r)^1} + \frac{1}{(1+r)^2} .... + \frac{1}{(1+r)^{n-1}}\right]$$

Χρησιμοποιώντας τον τύπο της ακόλουθης φθίνουσας γεωμετρικής προόδου με πεπερασμένο αριθμό όρων:

$$1 + x + x^2 + ... + x^{n-1} = \frac{1-x^n}{1-x}, \quad \text{για } x < 1,$$

και αντικαθιστώντας σε αυτόν $x = \frac{1}{(1+r)}$, η τελευταία σχέση της αξίας της ράντας γράφεται ως εξής:

$$PV = \frac{C}{(1+r)}\left[\frac{1-\dfrac{1}{(1+r)^n}}{1-\dfrac{1}{(1+r)}}\right] = \frac{C}{(1+r)}\left[\frac{(1+r)^n - 1}{r(1+r)^{n-1}}\right]$$

$$= C\left[\frac{1}{r} - \frac{1}{r(1+r)^n}\right] = \frac{C}{r} - \frac{C}{r(1+r)^n} = C\left[\frac{1-(1+r)^{-n}}{r}\right],$$

όπου ο όρος $\frac{1-(1+r)^{-n}}{r}$ αναφέρεται ως *παράγοντας της ράντας* (annuity factor). Ο παράγοντας αυτός αντιπροσωπεύει ένα μέσο προεξοφλητικό όρο της αντιπροσωπευτικής ροής της ράντας $C$ που στην προεξόφληση λαμβάνει υπόψη του όλες τις περιόδους μέχρι τη λήξη της ράντας. Με άλλα λόγια, αυτός αποτελεί ένα κατάλληλα τροποποιημένο προεξοφλητικό όρο, αν θεωρηθεί ότι η ράντα καταβάλλει μόνο τη χρηματική ροή $C$ και λήγει σε μια περίοδο από σήμερα Ο παράγοντας της ράντας έχει πολλές εφαρμογές. Εκτός από το παρόν κεφάλαιο, θα χρησιμοποιηθεί σε μετέπειτα κεφάλαια του βιβλίου, παραδείγματος χάρη, στο Κεφάλαιο 8 για να υπολογιστεί η τιμή ενός ομολόγου λήξης $n$-περιόδων που καταβάλλει κουπόνια αξίας $C$ σε τακτά χρονικά διαστήματα μέχρι τη λήξη του.

Στην περίπτωση που επιθυμούμε να υπολογίσουμε τη μελλοντική αξία ($FV$) μιας ληξιπρόθεσμης ράντας $n$-περιόδων της οποίας οι μελλοντικές ροές είναι ίδιες και ανέρχονται στο ποσό $C$, τότε αυτό γίνεται μέσω του ακόλουθου τύπου:

$$FV = C(1+r)^{n-1} + C(1+r)^{n-2} + \ldots + C = C\left[\frac{(1+r)^n - 1}{r}\right].$$

Ο τύπος αυτός προκύπτει γράφοντας το άθροισμα των ακόλουθων ανατοκιζόμενων ροών της ράντας: $C(1+r)^{n-1} + C(1+r)^{n-2} + \ldots + C$ ως εξής:

$$C(1+r)^{n-1} + C(1+r)^{n-2} + \ldots + C \;=\; C(1+r)^{n-1}\left[1 + \frac{1}{(1+r)} + \frac{1}{(1+r)^2} + \ldots + \frac{1}{(1+r)^n}\right]$$

και χρησιμοποιώντας τον τύπο της φθίνουσας γεωμετρικής προόδου, που χρησιμοποιήσαμε προηγουμένως θέτοντας $x = \frac{1}{(1+r)}$.

Αν η ράντα είναι *διηνεκής* (perpetuity), που σημαίνει ότι δεν έχει ημερομηνία λήξης, τότε η τιμή της στην περίπτωση που οι ροές της είναι ίδιες και ανέρχονται στο ποσό $C$, μπορεί να υπολογισθεί ως η ακόλουθη παρούσα αξία:

$$PV = \frac{C}{(1+r)^1} + \frac{C}{(1+r)^2} + \ldots + \frac{C}{(1+r)^n} + \ldots$$

$$= \frac{C}{(1+r)}\left[1 + \frac{1}{(1+r)^1} + \frac{1}{(1+r)^2} + \ldots + \frac{1}{(1+r)^{n-1}} + \ldots\right] = \frac{C}{(1+r)}\left[\frac{1}{1-\frac{1}{1+r}}\right] = \frac{C}{r}.$$

Η τελευταία σχέση αποδεικνύεται χρησιμοποιώντας τον τύπο της φθίνουσας γεωμετρικής προόδου με άπειρους όρους, που ορίζεται ως

$$1 + x + x^2 + \ldots + x^{n-1} + \ldots = \frac{1}{1-x}, \quad \text{για} \quad x < 1.$$

Σημειώστε ότι στον τελευταίο τύπο της τιμής της διηνεκούς ράντας με σταθερές ροές $C$, ο όρος $\frac{1}{r}$ αποτελεί τον προεξοφλητικό παράγοντα της.[1]

Ένας άλλος τύπος ράντας που συχνά χρησιμοποιείται στην ανάλυση επενδύσεων είναι εκείνος που αναφέρεται στην περίπτωση όπου οι μελλοντικές ροές $C$ αυξάνονται με ένα σταθερό ποσοστό $g$ (growing perpetuity) από περίοδο σε περίοδο. Σημειώστε ότι το ποσοστό αυτό θα πρέπει να είναι μικρότερο του προεξοφλητικού επιτοκίου, δηλαδή $g < r$, διαφορετικά η ράντα δε θα συγκλίνει. Οι μελλοντικές ροές της ράντας αυτής για τις περιόδους $\tau = 1,2,3,\ldots$ ορίζονται αντίστοιχα ως εξής:

---

[1] Σημειώστε ότι ο τύπος της τιμής της διηνεκούς ράντας μπορεί να υπολογισθεί παίρνοντας το όριο της ληξιπρόθεσμης ράντας για $n \to \infty$, δηλαδή

$$\lim_{n\to\infty} PV = \lim_{n\to\infty}\left[\frac{C}{r} - \frac{C}{r(1+r)^n}\right] = \frac{C}{r}, \quad \text{καθώς} \quad \lim_{n\to\infty}\frac{C}{r(1+r)^n} = 0 \cdot$$

$$C_1 = C,\quad C_2 = C(1+g),\ C_3 = C(1+g)^2, \dots, C_n = C(1+g)^{n-1} \dots$$

και η τιμή της υπολογίζεται ως η ακόλουθη παρούσα αξία:

$$PV = \frac{C_1}{(1+r)^1} + \frac{C_2}{(1+r)^2} + \frac{C_3}{(1+r)^3} + \dots + \frac{C_n}{(1+r)^n} + \dots$$

$$= \frac{C}{(1+r)^1} + \frac{C(1+g)}{(1+r)^2} + \frac{C(1+g)^2}{(1+r)^3} + \dots + \frac{(1+g)^{n-1}}{(1+r)^n} + \dots$$

$$= \frac{C}{(1+r)}\left[1 + \left(\frac{1+g}{1+r}\right)^1 + \left(\frac{1+g}{1+r}\right)^2 + \left(\frac{1+g}{1+r}\right)^3 + \dots\right]$$

$$= \frac{C}{(1+r)}\left[\frac{1}{1-\dfrac{(1+g)}{(1+r)}}\right] = \frac{C}{(1+r)}\left[\frac{1+r}{(r-g)}\right] = \frac{C}{(r-g)}, \qquad \text{καθώς } g<r.$$

Τον παραπάνω τύπο της τιμής της ράντας θα τον χρησιμοποιήσουμε σε μετέπειτα κεφάλαιο του βιβλίου (βλέπε Κεφάλαιο 7) για να υπολογίσουμε την τιμή μιας μετοχής που πληρώνει μέρισμα που αυξάνει ετησίως με ρυθμό $g$.

**Ανατοκισμός συνεχούς χρόνου (*)**

Στην παρουσίαση των εννοιών της προεξόφλησης ή του ανατοκισμού, είδαμε ότι ο ανατοκισμός μπορεί να γίνει και για μια υποπερίοδο του έτους $m$ (π.χ. ένα εξάμηνο, μήνα, ημέρα κ.ο.κ.). Αν το ετήσιο επιτόκιο είναι $r$, τότε μπορούμε να υπολογίσουμε το επιτόκιο που αντιστοιχεί σε ένα μήνα του έτους, διαιρώντας αυτό με τον αριθμό των μηνών του έτους $m$=12. Το μηνιαίο επιτόκιο θα δίνεται ως εξής: $\frac{r}{m} = \frac{r}{12}$. Αντίστοιχα, αν θέλουμε να υπολογίσουμε το επιτόκιο ανά εξάμηνο, τότε θα διαιρέσουμε το ετήσιο επιτόκιο $r$ με $m$=2 εξάμηνα, δηλαδή $\frac{r}{m} = \frac{r}{2}$. Αν θεωρήσουμε ότι ο ανατοκισμός είναι σύνθετος και γίνεται ανά $m$ τακτές υποπεριόδους του έτους, τότε μια επένδυση ενός ευρώ σήμερα θα έχει την ακόλουθη μελλοντική αξία στο τέλος του έτους:

$$\left(1+\frac{r}{m}\right)^{m}.$$

Για περισσότερα του ενός έτη (π.χ. $\tau$=1,2,…,$n$), η μελλοντική αξία της επένδυσης του ενός ευρώ υπολογίζεται αντίστοιχα ως εξής:

$$\left(1+\frac{r}{m}\right)^{m},\ \left(1+\frac{r}{m}\right)^{2m},\ldots\ldots,\left(1+\frac{r}{m}\right)^{nm}.$$

Αν θεωρήσουμε ότι μια διακριτή χρονική περίοδος (π.χ. το έτος) μπορεί να υποδιαιρεθεί σε πολύ μικρά χρονικά διαστήματα (υποπεριόδους), π.χ. λεπτά, δευτερόλεπτα, κλάσματα του δευτερολέπτου κ.ο.κ., και ότι η μικρότερη δυνατή υποδιαίρεση του έτους τείνει σε ένα απειροελάχιστο χρονικό διάστημα το οποίο καλούμε "συνεχές χρόνο", τότε μπορούμε να ορίσουμε την έννοια του *ανατοκισμού συνεχούς χρόνου*. Ο ορισμός αυτός σημαίνει ότι, κάτω από συνεχή χρόνο, η υποδιαίρεση του έτους θα τείνει σε άπειρα χρονικά υποδιαστήματα, δηλαδή $m \to \infty$. Στην περίπτωση αυτή, η μελλοντική αξία ενός ευρώ μετά από ένα έτος μπορεί να υπολογισθεί παίρνοντας το όριο του διακριτού τύπου του ανατοκισμού για $m$-υποπεριόδους $\left(1+\frac{r}{m}\right)^{m}$, που ορίσαμε προηγουμένως, ως εξής:

$$\lim_{m\to\infty}\left(1+\frac{r}{m}\right)^{m} = e^{r}, \qquad \text{για } m\to\infty,$$

όπου e=2.7818 αποτελεί τη βάση του φυσικού λογαρίθμου. Έχοντας ορίσει τον ανατοκισμό συνεχούς χρόνου με βάση μια διακριτή χρονική περίοδο (στο παράδειγμά μας, το έτος), μπορούμε στη συνέχεια να ορίσουμε και την *προεξόφληση συνεχούς χρόνου* μιας μελλοντικής αξίας ενός ευρώ (€1) σε ένα έτος από σήμερα. Η παρούσα αξία του ποσού αυτού κάτω από συνεχή ανατοκισμό προκύπτει αντιστρέφοντας τη σχέση $e^{r}$, δηλαδή αυτή ισούται με $e^{-r}$.

Για περισσότερα του ενός έτη (έστω $n$), η μελλοντική αξία ενός ευρώ που ανατοκίζεται σε συνεχή χρόνο για $n$ έτη από σήμερα λαμβάνεται αν πάρουμε το όριο του διακριτού τύπου του ανατοκισμού $\left[\left(1+\frac{r}{m}\right)^{m}\right]^{n}$ ως εξής:

$$\lim_{m\to\infty}\left(1+\frac{r}{m}\right)^{nm} = \left[\lim_{m\to\infty}\left(1+\frac{r}{m}\right)^{m}\right]^{n} = e^{rn}.$$

Αντίστοιχα, μπορούμε να υπολογίσουμε την παρούσα αξία μιας μελλοντικής αξίας ενός ευρώ σε $n$-έτη από σήμερα προεξοφλώντας σε συνεχή χρόνο. Αυτή θα δίνεται ως εξής: $e^{-rn}$.

Αν και ο ανατοκισμός σε συνεχή χρόνο δεν ισχύει στην πραγματικότητα καθώς ο χρόνος είναι διακριτός, παρόλα όμως αυτά χρησιμοποιείται συχνά στην πράξη γιατί μας επιτρέπει να προσεγγίσουμε τη μελλοντική αξία ενός αρχικού κεφαλαίου (ή την παρούσα αξία μίας μελλοντικής ταμειακής ροής) πολύ εύκολα και χωρίς μεγάλο σφάλμα προσέγγισης. Για να διαπιστωθεί αυτό καλύτερα, στη συνέχεια παραθέτουμε το ακόλουθο παράδειγμα.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2.1: Θεωρήστε μια επένδυση ενός ευρώ (€1) της οποίας η διάρκεια είναι ένα έτος ($n$=1) και ο ανατοκισμός γίνεται σε διακριτό χρόνο ανά τρίμηνο. Αν το ετήσιο επιτόκιο είναι 8%, τότε η μελλοντική αξία της επένδυσης αυτής υπολογίζεται ως εξής:

$$\left(1+\frac{0.08}{4}\right)^{4} = 1.08243.$$

Αν υποθέσουμε ότι ο ανατοκισμός γίνεται σε συνεχή χρόνο, τότε η μελλοντική αξία της επένδυσης αυτής θα δίνεται ως εξής:

$$e^{r} = e^{0.08} = 1.0833.$$

Η μελλοντική αξία αυτή είναι πολύ κοντά στην αξία 1.08243, που βρήκαμε προηγουμένως χρησιμοποιώντας ανατοκισμό σε διακριτό χρόνο. Η διαφορά τους είναι πολύ μικρή και δίνεται ως 1.0833-1.08243=0.00087, που δείχνει ότι το σφάλμα προσέγγισης του συνεχούς ανατοκισμού είναι πολύ μικρό. Προφανώς, αν στο παράδειγμά μας ο διακριτός χρόνος ανατοκισμού ήταν μικρότερος του τριμήνου (π.χ. ανά μήνα), τότε η προσέγγιση με συνεχή ανατοκισμό θα ήταν ακόμα πιο ακριβής.

## 2.3 Τεχνικές αξιολόγησης επενδυτικών σχεδίων

Οι *τεχνικές αξιολόγησης* επενδυτικών σχεδίων έχουν ως κύριο στόχο την επιλογή των σχεδίων εκείνων που μεγιστοποιούν την παρούσα αξία όλων των μελλοντικών καθαρών ταμειακών ροών (net cash flows -*NCF*) τους λαμβάνοντας υπόψη το κόστος τους, που αποτελεί το κεφάλαιο των επενδυτικών σχεδίων. Στη βιβλιογραφία αναφέρονται τέσσερες γενικά αποδεκτές αρχές που θα πρέπει να διέπουν τις τεχνικές (ή τους κανόνες, όπως αναφέρονται εναλλακτικά) αξιολόγησης διαφορετικών επενδυτικών σχεδίων.[2] Αυτές είναι οι ακόλουθες:

(i) Θα πρέπει να λαμβάνουμε υπόψη μας όλες τις μελλοντικές *ταμειακές ροές* (cash flows) των επενδυτικών σχεδίων προς αξιολόγηση και να υπολογίζουμε σωστά τις καθαρές ταμειακές ροές τους λαμβάνοντας υπόψη τη φορολόγηση των κερδών και τις φορολογικές απαλλαγές (ή εκπτώσεις) λόγω αποσβέσεων.

(ii) Οι ταμειακές ροές ενός επενδυτικού σχεδίου θα πρέπει να προεξοφλούνται χρησιμοποιώντας ως *προεξοφλητικό επιτόκιο* $r$ το *κόστος ευκαιρίας των κεφαλαίων της επιχείρησης*, που θα το συμβολίζουμε στο εξής ως $c$. Το κόστος αυτό αποτελεί την απόδοση των κεφαλαίων της επιχείρησης, αν αυτά επενδυθούν σε άλλες επενδυτικές δραστηριότητες της ή σε μετοχές της. Αυτό μας επιτρέπει να αξιολογήσουμε και να συγκρίνουμε εναλλακτικά επενδυτικά σχέδια σε ίσους όρους χρησιμοποιώντας τον ίδιο προεξοφλητικό όρο. Όπως θα διαπιστώσουμε σε μετέπειτα κεφάλαια του βιβλίου, το κόστος ευκαιρίας $c$ αντανακλά το βαθμό κινδύνου των επενδυμένων κεφαλαίων της επιχείρησης. Σε μια καλώς οργανωμένη και αποτελεσματική αγορά κεφαλαίου, αυτός θα πρέπει να αντιπροσωπεύει την απόδοση των επενδύσεων που απαιτούν οι μέτοχοι της επιχείρησης.

(iii) Η τεχνική αξιολόγησης θα πρέπει να είναι ικανή να επιλέγει ανάμεσα σε ένα σύνολο αμοιβαία αποκλειόμενων σχεδίων (mutually exclusive projects). *Αμοιβαία αποκλειόμενα επενδυτικά σχέδια* είναι εκείνα από τα οποία μόνο ένα μπορεί να επιλεχθεί μεταξύ διαφορετικών εναλλακτικών σχεδίων. Η επιλογή ενός σχεδίου αποκλείει τα υπόλοιπα.

[2] Copeland και Weston (1992), Luenberger (1997).

(iv) Μεταξύ ανεξάρτητων, μη αμοιβαία αποκλειόμενων επενδυτικών σχεδίων, η τεχνική αξιολόγησης τους θα πρέπει να είναι ικανή να υπολογίζει την αξία καθενός ξεχωριστά καθώς και τη συνολική (αθροιστική) τους αξία, όταν αυτό απαιτείται.

Οι πιο ευρέως γνωστές τεχνικές αξιολόγησης επενδυτικών σχεδίων (ή απλούστερα επενδύσεων) είναι οι ακόλουθες: Η καθαρή παρούσα αξία (net present value -*NPV*), ο εσωτερικός βαθμός απόδοσης (internal rate of return -*IRR*), η περίοδος επανείσπραξης (payback period -*PP*) και ο λογιστικός συντελεστής απόδοσης (accounting rate of return -*ARR*). Για να παρουσιάσουμε τις παραπάνω τεχνικές θεωρήστε τα δεδομένα του Πίνακα 2.1. Ο πίνακας αυτός παρουσιάζει το κόστος και τις μελλοντικές καθαρές ταμειακές ροές (net cash flows -*NCF*) των ακόλουθων τεσσάρων επενδυτικών σχεδίων: Α, Β, Γ και D τα οποία έχουν διάρκεια ζωής πέντε χρόνια. Την περίοδο που πραγματοποιείται η επένδυση τη συμβολίζουμε με 0 (δηλ. $\tau$=0). Οι ροές της περιόδου αυτής στον πίνακα έχουν αρνητικό πρόσημο για όλα τα επενδυτικά σχέδια καθώς αντιπροσωπεύουν τις κεφαλαιουχικές δαπάνες τους, δηλαδή το κεφάλαιο που απαιτείται για την πραγματοποίησή τους. Τέλος, όπως έχουμε αρχικά τονίσει στην εισαγωγή του κεφαλαίου, θεωρήστε ότι όλες οι μελλοντικές καθαρές ταμειακές ροές των επενδυτικών σχεδίων του Πίνακα 2.1 που αντιστοιχούν στις περιόδους (έτη) $\tau$=1,2,...,5 θεωρούνται ως βέβαιες.

ΠΙΝΑΚΑΣ 2.1: Ταμειακές ροές διαφόρων επενδυτικών προγραμμάτων (σε €)

| Έτος | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| 0 | -1000 | -1000 | -1000 | -1000 |
| 1 | 100 | 0 | 100 | 200 |
| 2 | 900 | 0 | 200 | 300 |
| 3 | 100 | 300 | 300 | 500 |
| 4 | -100 | 700 | 400 | 500 |
| 5 | -400 | 1300 | 1250 | 600 |

**Η τεχνική της καθαρής παρούσας αξίας**

Σύμφωνα με την τεχνική αυτή, θα πρέπει να επιλέγουμε επενδυτικά σχέδια τα οποία έχουν *καθαρή παρούσα αξία* μεγαλύτερη του μηδενός. Η καθαρή παρούσα αξία (*NPV*) ενός σχεδίου υπολογίζεται αν από την παρούσα αξία (*PV*) όλων των μελλοντικών καθαρών ταμειακών ροών του (*NCF*) αφαιρέσουμε το κόστος του, που συμβολίζεται ως $I_0$. Το κόστος αυτό αποτελεί όλες τις κεφαλαιουχικές δαπάνες που απαιτούνται για την πραγματοποίηση του σχεδίου. Για την προεξόφληση των μελλοντικών καθαρών ταμειακών ροών του σχεδίου, χρησιμοποιούμε ως προεξοφλητικό επιτόκιο το κόστος ευκαιρίας των κεφαλαίων της επιχείρησης, που συμβολίσαμε ως *c*.

Η *NPV*-τεχνική ικανοποιεί και τις τέσσερες αρχές αξιολόγησης επενδυτικών σχεδίων που αναφέραμε προηγουμένως. Για το λόγο αυτό είναι η πλέον διαδεδομένη στην πράξη. Αυτή προεξοφλεί όλες τις μελλοντικές ροές των επενδυτικών σχεδίων χρησιμοποιώντας ως κοινό προεξοφλητικό επιτόκιο το κόστος κεφαλαίων της επιχείρησης *c*. Δηλαδή, ικανοποιεί τις δύο πρώτες αρχές αξιολόγησης επενδύσεων. Επιπλέον, όπως θα διαπιστωθεί καλύτερα από την αξιολόγηση των σχεδίων του Πίνακα 2.1 που ακολουθεί, η *NPV*-τεχνική μπορεί να επιλέξει μεταξύ αμοιβαία αποκλειόμενων ή ανεξάρτητων σχεδίων εκείνα τα οποία είναι τα πιο συμφέροντα.

Αν υποθέσουμε ότι κόστος ευκαιρίας των κεφαλαίων της επιχείρησης είναι $c$=10%, τότε η *NPV* του σχεδίου Α, που συμβολίζεται ως $NPV_A$, υπολογίζεται ως ακολούθως:

$$NPV_A = \sum_{\tau=1}^{n=5} \frac{NCF_\tau}{(1+c)^\tau} - I_0 \qquad (1)$$

$$= \frac{100}{(1+0.10)^1} + \frac{900}{(1+0.10)^2} + \frac{100}{(1+0.10)^3} + \frac{-100}{(1+0.10)^4} + \frac{-400}{(1+0.10)^5} - 1000 = -407.30$$

όπου $NCF_\tau$ συμβολίζει την καθαρή ταμειακή εισροή για τις μελλοντικές περιόδους τ=1,2,3,4,5 και $I_0$ αποτελεί το κόστος της επένδυσης (στο παράδειγμά μας, $I_0$= €1000).

Εφαρμόζοντας τον τύπο της καθαρής παρούσας αξίας, που δίνεται από τη σχέση (1), μπορούμε να υπολογίσουμε τις καθαρές παρούσες αξίες των υπολοίπων επενδυτικών σχεδίων Β, Γ και D ως εξής:

$NPV_B = 510.70$, $\quad NPV_C = 530.85$ $\quad$ και $\quad NPV_D = 519.20$.

Σύμφωνα με τη *NPV*-τεχνική, αν όλα τα παραπάνω επενδυτικά σχέδια ήταν μεταξύ τους αμοιβαία αποκλειόμενα, τότε θα έπρεπε να επιλέξουμε το σχέδιο C που έχει την μεγαλύτερη παρούσα αξία σε σχέση με τα άλλα τρία. Το σχέδιο αυτό θα βελτιώσει περισσότερο τα κέρδη της επιχείρησης. Αν τα σχέδια ήταν ανεξάρτητα μεταξύ τους και δεν υπήρχε περιορισμός στη δαπάνη τους $I_0$, τότε θα μπορούσαμε να επιλέξουμε όλα τα σχέδια με θετική *NPV*, δηλαδή και τα τέσσερα. Η συνολική παρούσα αξία αυτών ανέρχεται στο ποσό των 510.70+530.85+519.20 = €1560.75.

**Εσωτερικός βαθμός απόδοσης**

Ο *εσωτερικός βαθμός απόδοσης* (Internal Rate of Return-*IRR*) ενός επενδυτικού σχεδίου ορίζεται ως εκείνος που εξισώνει την παρούσα αξία των μελλοντικών καθαρών ροών *PV* με το κόστος της επένδυσης $I_0$, δηλαδή ισχύει $PV = I_0$. Αυτό σημαίνει ότι η καθαρή παρούσα αξία ενός σχεδίου θα πρέπει να είναι ίση με το μηδέν, δηλαδή *NPV*=0. Σύμφωνα με την *IRR*-τεχνική αξιολόγησης ενός επενδυτικού σχεδίου, θα πρέπει να επιλέγουμε εκείνα τα σχέδια τα οποία έχουν *IRR* μεγαλύτερο από το κόστος κεφαλαίου της εταιρείας *c*, δηλαδή θα πρέπει να ισχύει η ανισότητα $IRR > c$.

Για να βρούμε τον εσωτερικό βαθμό απόδοσης ενός σχεδίου θα πρέπει να λύσουμε το ακόλουθο πρόβλημα ως προς τη μεταβλητή *IRR*:

$$NPV = 0 \Leftrightarrow \sum_{\tau=1}^{n} \frac{NCF_\tau}{(1+IRR)^\tau} - I_0 = 0 \qquad (2)$$

Το πρόβλημα αυτό είναι εύκολο να λυθεί όταν η περίοδος της επένδυσης είναι ένα έτος. Ως παράδειγμα, θεωρήστε μια επένδυση της οποίας το κόστος $I_0$ ανέρχεται στο ποσό των €5000 και η διάρκεια της είναι ένα έτος από σήμερα (δηλ. $\tau$=1), ενώ οι καθαρές ταμειακές ροές της επένδυσης δίνονται ως $NCF_1$ = €5800. Τότε, η τιμή του *IRR* υπολογίζεται ως εξής:

$$0 = \frac{5800}{(1+IRR)} - 5000 \Rightarrow (1+IRR) = \frac{5800}{5000} \Rightarrow IRR = \frac{5800}{5000} \Rightarrow IRR = 16.0\%,$$

που δείχνει ότι ο εσωτερικός βαθμός απόδοσης είναι *IRR* =16%. Ο βαθμός αυτός είναι μεγαλύτερος του κόστους κεφαλαίου της επιχείρησης *c*=10%, πράγμα που σημαίνει σύμφωνα με την *IRR*-τεχνική αξιολόγησης ότι η επένδυση αυτή είναι συμφέρουσα και επομένως, θα πρέπει να επιλεγεί.

!! Αν όμως αντί του παραπάνω σχεδίου έχουμε κάποιο με περισσότερες από μια περιόδους ζωής, τότε η *IRR*-τεχνική μπορεί να δίνει παραπάνω από μία λύσεις στο πρόβλημα (2), με συνέπεια να υπάρχει ασάφεια στο ποια να διαλέξουμε. Αυτό συμβαίνει γιατί η λύση του προβλήματος αυτού απαιτεί την εύρεση των ριζών ενός πολυωνύμου τάξης ίσης με τον αριθμό των περιόδων ζωής του επενδυτικού σχεδίου. Το πρόβλημα αυτό αποτελεί μια σημαντική αδυναμία της *IRR*-τεχνικής αξιολόγησης επενδυτικών σχεδίων, καθώς μπορεί να υπάρχουν περιπτώσεις όπου το κόστος κεφαλαίου *c* βρίσκεται ανάμεσα στις λύσεις του *IRR* και έτσι, να μην μπορεί να προσδιοριστεί αν το σχέδιο είναι συμφέρον ή όχι. Για να γίνει κατανοητό το πρόβλημα αυτό, θεωρήστε το ακόλουθο παράδειγμα εύρεσης του *IRR* ενός επενδυτικού σχεδίου διάρκειας *τ*=2 περιόδων:

$$NPV = 0 = \frac{10000}{(1+IRR)^1} + \frac{-10000}{(1+IRR)^2} - 1600.$$

Κάνοντας πράξεις, μπορούμε να γράψουμε το παραπάνω πρόβλημα ως εξής:

$$0 = \frac{-1600(1+IRR)^2 + 10000(1+IRR) - 10000}{(1+IRR)^2}.$$

Η λύση του προβλήματος αυτού είναι ίδια με τη λύση του ακόλουθου πολυώνυμου δευτέρου βαθμού:

$$0 = -1600(1+IRR)^2 + 10000(1+IRR) - 10000,$$

καθώς $(1+IRR)^2 > 0$ και είναι διάφορο του μηδενός. Το πολυώνυμο αυτό έχει δύο λύσεις, οι οποίες δίνονται ως ακολούθως:

$$(1+IRR) = \frac{10000 \pm \sqrt{10000^2 - 4(1600)(10000)}}{2(1600)} \Rightarrow IRR_1 = 25\%, \quad IRR_2 = 400\%.$$

Όμως, από τις λύσεις αυτές είναι αδύνατον να συμπεράνουμε στηριζόμενοι στην *IRR*-τεχνική αν το επενδυτικό σχέδιο είναι συμφέρον ή όχι, όταν το κόστος κεφαλαίου *c* παίρνει μια τιμή ανάμεσα σε αυτές, δηλαδή έχουμε $IRR_1 = 25\% \leq c \leq IRR_2 = 400\%$.

Στην πράξη, για να υπολογίσουμε το βαθμό εσωτερικής απόδοσης για επενδυτικά σχέδια με διάρκεια ζωής μεγαλύτερη της μιας περιόδου συνήθως ακολουθούμε τη *μέθοδο δοκιμής και σφάλματος* (trial and error). Σύμφωνα με αυτή, σε πρώτο στάδιο δοκιμάζουμε μεταξύ διαφορετικών τιμών του προεξοφλητικού επιτοκίου *r* και επιλέγουμε δύο τιμές αυτού που δίνουν καθαρή παρούσα αξία πολύ κοντά στο μηδέν, η μία από τα θετικά και η άλλη από τα αρνητικά. Στη συνέχεια, χρησιμοποιούμε τη μέθοδο της γραμμικής παρεμβολής για να βρούμε εκείνο το προεξοφλητικό επιτόκιο που δίνει $NPV = 0$. Το επιτόκιο αυτό θα βρίσκεται ανάμεσα στις δύο τιμές του προεξοφλητικού επιτοκίου *r* που βρέθηκαν στο πρώτο στάδιο και θα αποτελεί μια προσεγγιστική εκτίμηση του βαθμού εσωτερικής απόδοσης, *IRR*.

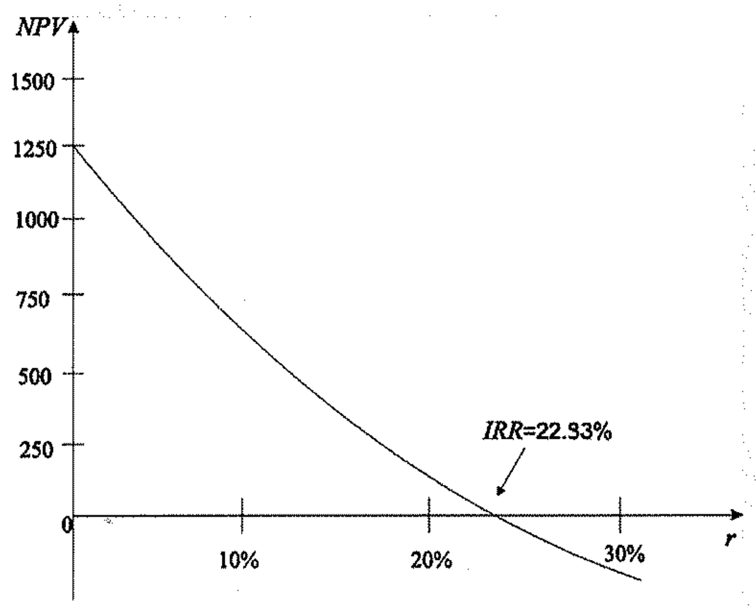
ΠΙΝΑΚΑΣ 2.2: Καθαρές ροές και παρούσες αξίες για το σχέδιο C (σε €)

| Έτος | $NCF_t$ | *PV* για *r*=10% | *PV* για *r*=20% | *PV* για *r*=25% |
|---|---|---|---|---|
| 0 | -1000 | -1000.00 | -1000.00 | -1000.00 |
| 1 | 100 | 90.90 | 83.33 | 80.00 |
| 2 | 200 | 165.20 | 138.80 | 128.00 |
| 3 | 300 | 225.30 | 173.70 | 153.60 |
| 4 | 400 | 273.20 | 192.80 | 163.84 |
| 5 | 1250 | 776.25 | 502.50 | 410.00 |
| *NPV* | | 530.85 | 91.13 | -64.56 |

Για να κατανοήσουμε καλύτερα πώς εφαρμόζεται η μέθοδος δοκιμής και σφάλματος, θεωρήστε το επενδυτικό σχέδιο C. Στον Πίνακα 2.2 υπολογίζουμε τις καθαρές παρούσες αξίες (*PV*) των ροών του σχεδίου αυτού για διαφορετικές τιμές του προεξοφλητικού επιτοκίου *r*, δηλαδή $r = 10\%$, $r = 20\%$ και $r = 25\%$. Στο Διάγραμμα 2.1 απεικονίζουμε τη σχέση μεταξύ των τιμών της μεταβλητής της καθαρής παρούσας αξίας *NPV* και αυτών του προεξοφλητικού όρου *r*.

Όπως φαίνεται από τα αποτελέσματα του Πίνακα 2.2 και του Διαγράμματος 2.1, το προεξοφλητικό επιτόκιο $r$ που δίνει $NPV = 0$ για το σχέδιο C θα πρέπει να βρίσκεται ανάμεσα στις ακόλουθες δύο τιμές: 20% και 25%, καθόσον για $r = 20\%$ έχουμε $NPV$=91.13>0 ενώ για $r = 25\%$ η $NPV$ παίρνει την αρνητική τιμή $NPV$=– 64.56. Για να προσεγγίσουμε το σημείο αυτό, θα χρησιμοποιήσουμε τη *μέθοδο της γραμμικής παρεμβολής*. Σύμφωνα με αυτή, θα υποθέσουμε ότι υπάρχει μια γραμμική σχέση (ευθεία γραμμή) μεταξύ των τιμών των μεταβλητών $NPV$ και $r$ που περνά από τα δύο σημεία ($r$=20%, $NPV$=91.13) και ($r$=25.0%, $NPV$=-64.56) του Διαγράμματος 2.1 και ορίζεται ως $NPV = a + br$. Με βάση τα σημεία αυτά, μπορούμε να προσδιορίσουμε τη σταθερά a της ευθείας γραμμής $NPV = a + br$, που προσδιορίζει τη θέση της και το συντελεστή b, που προσδιορίζει την κλίση της. Πιο συγκεκριμένα, για τα σημεία αυτά θα ισχύουν οι δύο ακόλουθες εξισώσεις:

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2.1: Σχέση μεταξύ $NPV$ και $r$




($r$=20%, $NPV$=91.13): $\quad 91.13 = a + b \times 0.20$

και

($r$=25.0%, $NPV$=– 64.56): $\quad -64.56 = a + b \times 0.25$

Λύνοντας το σύστημα των δύο παραπάνω εξισώσεων δίνονται οι τις τιμές των παραμέτρων a και b, που προσδιορίζουν την ευθεία γραμμή $NPV = a + br$. Οι τιμές αυτές είναι a = 713.89 και b = − 3113.80, που σημαίνει ότι η σχέση $NPV = a + br$ δίνεται ως εξής $NPV = 713.89 - 3113.80r$. Με βάση την τελευταία σχέση, τώρα μπορούμε εύκολα να διαπιστώσουμε ότι η καθαρή παρούσα αξία γίνεται μηδέν, όπως προβλέπει η *IRR*-τεχνική, όταν $r = 0.229$. Επομένως, ο εσωτερικός βαθμός απόδοσης του επενδυτικού σχεδίου *C* δίνεται ως $IRR_C = 22.93\%$.

Με ανάλογο τρόπο μπορούμε να υπολογίσουμε τους βαθμούς εσωτερικής απόδοσης των υπολοίπων επενδυτικών σχεδίων A, B και D του Πίνακα 2.1. Αυτοί δίνονται ως ακολούθως:

$$IRR_A = -200\%,\quad IRR_B = 20.9\% \quad \text{και} \quad IRR_D = 25.4\%.$$

Σημειώστε ότι για το σχέδιο A η τιμή του *IRR* είναι αρνητική. Στην περίπτωση αυτή όλες οι καθαρές παρούσες αξίες για τις διαφορετικές τιμές των προεξοφλητικών επιτοκίων *r* που δοκιμάσαμε βρέθηκαν αρνητικές.

Με βάση τις παραπάνω τιμές της μεταβλητής *IRR*, αν το κόστος ευκαιρίας κεφαλαίου της επιχείρησης είναι $c = 10\%$, τότε σύμφωνα με την IRR-τεχνική θα πρέπει να επιλέξουμε το σχέδιο D στην περίπτωση που τα σχέδια είναι αμοιβαία αποκλειόμενα.

**Σύγκριση μεταξύ των τεχνικών αξιολόγησης *NPV* και *IRR***

Όπως φαίνεται από το προηγούμενο παράδειγμα, η *NPV*-τεχνική αξιολόγησης των επενδυτικών σχεδίων A, B, C και D οδηγεί σε διαφορετική ταξινόμησή τους σε σχέση με την *IRR*-τεχνική. Σύμφωνα με την πρώτη τεχνική θα πρέπει να επιλεγεί το σχέδιο C, ενώ με τη δεύτερη το D. Το σχέδιο D είναι δεύτερο σε σειρά προτίμησης σύμφωνα με τη *NPV*-τεχνική. Εύλογα, στο σημείο αυτό προκύπτουν τα εξής ερωτήματα: Γιατί οι δύο τεχνικές αξιολόγησης επενδύσεων να δίνουν διαφορετικά αποτελέσματα στην κατάταξη των σχεδίων; Ποια από τις δύο αποτελεί την καλύτερη τεχνική αξιολόγησης επενδύσεων;

Για να απαντήσουμε στα παραπάνω ερωτήματα, παρατηρήστε πρώτα ότι η βασική διαφορά μεταξύ των τεχνικών αξιολόγησης επενδυτικών σχεδίων της καθαρής παρούσας αξίας και του εσωτερικού βαθμού απόδοσης έγκειται στο γεγονός ότι η πρώτη (δηλαδή η *NPV*) χρησιμοποιεί κοινό προεξοφλητικό επιτόκιο στην αξιολόγηση τους. Το επιτόκιο αυτό ισούται με κόστος ευκαιρίας του κεφαλαίου *c* (στο παράδειγμά μας, *c*=10%). Αντίθετα, η δεύτερη (δηλαδή η *IRR*) χρησιμοποιεί διαφορετικά προεξοφλητικά επιτόκια για καθένα από τα σχέδια ξεχωριστά, που ισούνται με το *IRR* τους.

Το κοινό προεξοφλητικό επιτόκιο *c* που χρησιμοποιείται στη *NPV*-τεχνική για την προεξόφληση των μελλοντικών καθαρών ροών των εναλλακτικών επενδυτικών σχεδίων είναι το ίδιο με εκείνο που ανατοκίζονται (ή κεφαλαιοποιούνται) οι μελλοντικές ταμειακές ροές τους ή τα κεφάλαια της επιχείρησης. Με τον τρόπο αυτό, η *NPV*-τεχνική μπορεί να συγκρίνει άμεσα και σε ίσους όρους διαφορετικά εναλλακτικά επενδυτικά σχέδια της επιχείρησης. Αυτό δε γίνεται στην *IRR*-τεχνική. Η μέθοδος αυτή θεωρεί ότι το επιτόκιο ανατοκισμού των μελλοντικών καθαρών ταμειακών ροών των επενδυτικών σχεδίων ισούται με τον εσωτερικό βαθμό απόδοσής τους, *IRR*, ο οποίος μπορεί να διαφέρει από σχέδιο σε σχέδιο. Για το σχέδιο D, η τιμή του *IRR* δίνεται ως $IRR_D$=25.40%, ενώ για το C δίνεται ως $IRR_C$=22.90%. Οι τιμές αυτές του *IRR* σημαίνουν ότι οι μελλοντικές καθαρές ταμειακές ροές του σχεδίου D θεωρούνται ότι ανατοκίζονται ανά περίοδο με επιτόκιο 25.40% που είναι μεγαλύτερο εκείνου για το σχέδιο C, πράγμα που μπορεί να εξηγήσει γιατί η *IRR*-τεχνική επιλέγει το σχέδιο D από το C. Σημειώστε ότι και τα δύο αυτά επιτόκια δεν αντιπροσωπεύουν αυτό της κεφαλαιοποίησης (ή ανατοκισμού) των κεφαλαιακών δαπανών ή των μελλοντικών ταμειακών ροών των επενδυτικών σχεδίων της επιχείρησης, που ισούται με το κόστος κεφαλαίου *c*. Αυτό στερείται λογικής και παραβιάζει τη δεύτερη βασική αρχή αξιολόγησης επενδύσεων, που αναφέραμε προηγουμένως. Την αρχή ότι το επιτόκιο προεξόφλησης των ροών των επενδυτικών σχεδίων θα πρέπει να είναι το ίδιο για όλα τα σχέδια και να ισούται με το κόστος κεφαλαίου.

## Περίοδος επανείσπραξης

Η *περίοδος επανείσπραξης* (payback period -*PP*) ενός επενδυτικού σχεδίου ορίζεται ως ο αριθμός των περιόδων που απαιτούνται για την επανείσπραξη των κεφαλαιακών δαπανών του, που αποτελούν το κόστος της επένδυσης του $I_0$. Οι περίοδοι επανείσπραξης των επενδυτικών σχεδίων A, B, C και D του Πίνακα 2.1 έχουν ως ακολούθως:

$$PP_A = 2\,,\ PP_B = 4\,,\ PP_C = 4 \text{ και } PP_D = 3 \text{ έτη}$$

Σύμφωνα με την *PP*-τεχνική, από τα τέσσερα σχέδια του Πίνακα 2.1 θα πρέπει να επιλέξουμε το σχέδιο A ως το προτιμότερο, καθώς αυτό αποπληρώνει το κόστος της επένδυσης $I_0$ στο πιο σύντομο χρονικό διάστημα στο μέλλον, που στο παράδειγμα μας ανέρχεται σε 2 έτη. Αν παρατηρήσουμε τις καθαρές ταμειακές ροές του πίνακα θα διαπιστώσουμε ότι αυτό συμβαίνει γιατί οι μελλοντικές ταμειακές ροές του σχεδίου A είναι μεγαλύτερες στα δύο πρώτα χρόνια σε σχέση με εκείνες των άλλων σχεδίων.

Η επιλογή του σχεδίου A από την *PP*-τεχνική ως του προτιμότερου από τα τέσσερα επενδυτικά σχέδια είναι διαμετρικά αντίθετη με την ταξινόμηση των σχεδίων που έγινε με βάση τη *NPV*-τεχνική. Σύμφωνα με την τελευταία, το σχέδιο A έχει αρνητική καθαρή παρούσα αξία και έτσι, δεν πρέπει να επιλεγεί. Η αρνητική τιμή της *NPV* του σχεδίου A οφείλεται στο γεγονός ότι οι μελλοντικές καθαρές ταμειακές ροές του είναι αρνητικές για τα δύο τελευταία χρόνια της ζωής τους. Σημειώστε ότι η *PP*-τεχνική δε λαμβάνει καθόλου υπόψη της τις ροές αυτές κάτι που αποτελεί σημαντικό μειονέκτημά της, καθώς παραβιάζεται η πρώτη αρχή αξιολόγησης επενδύσεων. Επιπλέον, ένα άλλο σημαντικό μειονέκτημα της *PP*-τεχνικής είναι ότι δε λαμβάνει υπόψη της το κόστος ευκαιρίας κεφαλαίου $c$ στη σύγκριση των διαφορετικών σχεδίων μεταξύ τους, πράγμα που παραβιάζει τη δεύτερη βασική αρχή αξιολόγησης επενδύσεων.

**Λογιστικός συντελεστής απόδοσης**

Ο *λογιστικός συντελεστής απόδοσης* (accounting rate of return -*ARR*) ορίζεται ως ο λόγος του μέσου ανά περίοδο κέρδους ενός επενδυτικού σχεδίου μετά την αφαίρεση των φόρων ως προς το κόστος της επένδυσης $I_0$. Σύμφωνα με την τεχνική αυτή, θα πρέπει να επιλέγουμε ως προτιμότερο σχέδιο εκείνο που έχει το μεγαλύτερο *ARR* σε σχέση με τα άλλα. Υποθέτοντας ότι οι εισροές των σχεδίων του Πίνακα 2.1 αποτελούν λογιστικά κέρδη, μπορούμε να υπολογίσουμε το λογιστικό συντελεστή απόδοσης για τα σχέδια αυτά ως ακολούθως:

$$ARR = \frac{\text{Μέσο ετήσιο κέρδος μετά από φόρους}}{\text{Κόστος επένδυσης}} = \frac{\dfrac{\text{Σύνολο κερδών μετά από φόρους}}{\text{Αριθμός περιόδων } (\tau)}}{\text{Κόστος επένδυσης } (I_0)}$$

Για το σχέδιο Α, ο $ARR$ υπολογίζεται ως εξής:

$$ARR_A = \frac{\dfrac{-1000+100+900+100\text{-}100\text{-}400}{5}}{1000} = \frac{-80}{1000} = -0.08\ (-8\%),$$

ενώ για τα υπόλοιπα σχέδια δίνεται ως ακολούθως:

$$ARR_B = 26\%,\ ARR_C = 25\% \text{ και } ARR_D = 22\%.$$

Τα παραπάνω αποτελέσματα δείχνουν ότι η $ARR$-τεχνική επιλέγει ως καλύτερο επενδυτικό σχέδιο το Β. Σημειώστε ότι το σχέδιο αυτό δεν ταξινομήθηκε ως προτιμότερο με βάση τη $NPV$-τεχνική, που όπως είδαμε προηγουμένως πληροί και τις τέσσερεις βασικές αρχές αξιολόγησης επενδύσεων. Όπως συμβαίνει και με την $PP$-τεχνική, αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η $ARR$-τεχνική δε λαμβάνει υπόψη της το κόστος κεφαλαίου της επιχείρησης $c$ κατά την αξιολόγηση των επενδυτικών σχεδίων, καθώς δεν προεξοφλεί τα μελλοντικά λογιστικά κέρδη της επένδυσης. Ένα άλλο μειονέκτημα της τεχνικής αυτής είναι ότι χρησιμοποιεί λογιστικά κέρδη αντί για ταμειακές καθαρές εισροές.

## 2.4 Υπολογισμός των καθαρών ταμειακών ροών και του κόστους κεφαλαίου

Στις τεχνικές αξιολόγησης επενδυτικών σχεδίων που παρουσιάσαμε στο προηγούμενο τμήμα, θεωρήσαμε ως δεδομένα το κόστος ευκαιρίας των κεφαλαίων της επιχείρησης $c$ και τις καθαρές ταμειακές ροές $NCF_\tau$, για όλες τις περιόδους ως τη λήξη των σχεδίων $\tau$. Στο τμήμα αυτό του κεφαλαίου θα δείξουμε πώς πρέπει να υπολογίζονται οι τιμές των μεταβλητών αυτών στην επιλογή επενδυτικών σχεδίων, λαμβάνοντας υπόψη ότι η επιχείρηση πληρώνει φόρους για τα κέρδη της και τόκους στους δανειολήπτες της. Σημειώστε ότι οι τόκοι φοροαπαλλάσσονται. Η ανάλυσή μας θα ξεκινήσει πρώτα από τον υπολογισμό του κόστους κεφαλαίου $c$ και στη συνέχεια, θα ασχοληθεί με τον προσδιορισμό των ταμειακών ροών $NCF_\tau$. Ο αναγνώστης μπορεί να βρει μια εκτενέστερη ανάλυση των θεμάτων αυτών σε βιβλία χρηματοοικονομικής των επιχειρήσεων (βλέπε, ως παράδειγμα, Brealey Myers (2003)).

**Κόστος κεφαλαίου**

Ο ακριβής προσδιορισμός του κόστους ευκαιρίας των κεφαλαίων $c$ μιας επιχείρησης αποτελεί ίσως ένα από τα πιο δύσκολα σημεία στην αξιολόγηση επενδύσεων.[3] Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι, ακόμα και στα πλαίσια της ίδιας επιχείρησης, υπάρχουν διαφορετικής μορφής επενδυτικές δραστηριότητες των οποίων το κόστος κεφαλαίων τους δεν είναι το ίδιο, αλλά αλλάζει ανά δραστηριότητα. Η πιο συνηθισμένη μέθοδος για να υπολογίσουμε το κόστος κεφαλαίου $c$ βασίζεται στην έννοια *του σταθμικού κόστους κεφαλαίου* (weighted average cost of capital -*WACC*), το οποίο συμβολίζεται ως $c_W$. Για να δώσουμε τον ορισμό αυτού, θα στηριχθούμε στο ακόλουθο παράδειγμα ισολογισμού μιας επιχείρησης (έστω Χ):

| **Ενεργητικό** | | **Παθητικό** | |
|---|---|---|---|
| | | € 75 | Δανειστές (Debtors -*D*) |
| | | € 50 | Μέτοχοι (Shareholders -*S*) |
| Αξία Ενεργητικού (*V*) | € 125 | € 125 | |

όπου $V$ αποτελεί την αξία των περιουσιακών στοιχείων της, $D$ αποτελούν τις συνολικές υποχρεώσεις της προς τους πιστωτές της (π.χ. δανειστές της) και $S$ είναι η συνολική αγοραία αξία των μετοχών της. Η τελευταία αποτελεί υποχρέωση της επιχείρησης προς τους κατόχους μετοχών της. Αυτή προκύπτει αν πολλαπλασιάσουμε τον αριθμό των μετοχών της επιχείρησης με την τιμή της στην αγορά.[4]

Σύμφωνα με τα στοιχεία του ισολογισμού του παραπάνω υποδείγματος, η τρέχουσα αξία των περιουσιακών στοιχείων της επιχείρησης ($V$) θα ισούται με το άθροισμα των υποχρεώσεών της προς τους πιστωτές ($D$) και τους μετόχους ($S$) της, δηλαδή θα ισχύει:

---

[3] Βλέπε επίσης Brealey και Mayers (2003), Καραθανάσης (2002).

[4] Σημειώστε ότι, αν είχαμε χρησιμοποιήσει την ονομαστική τιμή (book value) της μετοχής, τότε η αξία των μετοχών θα αποτελούσε τα ίδια κεφάλαια της επιχείρησης.

$$V = D + S$$

Οι δύο αυτές πλευρές των στοιχείων παθητικού μιας επιχείρησης αποτελούν τους χρηματοδότες των περιουσιακών στοιχείων (ή κεφαλαίων) της. Επομένως, για να βρούμε το κόστος των κεφαλαίων της $c$ θα σταθμίσουμε τα κόστη των δύο αυτών πηγών χρηματοδότησης με τα αντίστοιχα μερίδιά τους στη συνολική αξία της επιχείρησης $V$, δηλαδή $\frac{D}{V}$ και $\frac{S}{V}$. Ο σταθμικός μέσος όρος που προκύπτει αποτελεί το σταθμικό κόστος κεφαλαίου (*WACC*), που γράφεται αναλυτικά ως εξής:

$$c_W = r_D(1-\varphi)\left(\frac{D}{V}\right) + c_s\left(\frac{S}{V}\right),$$

όπου $\varphi$ είναι ο φορολογικός συντελεστής των κερδών της επιχείρησης, $r_D$ αποτελεί το επιτόκιο δανεισμού της επιχείρησης και $c_s$ αποτελεί την απόδοση της μετοχής της επιχείρησης στην αγορά. Σημειώστε ότι στον παραπάνω ορισμό του κόστους κεφαλαίου της επιχείρησης, το επιτόκιο $r_D$ πολλαπλασιάστηκε με (1-$\varphi$) καθώς οι δόσεις των τόκων απαλλάσσονται φορολογικά, οπότε το πραγματικό κόστος δανεισμού μειώνεται. Με βάση τον παραπάνω ορισμό του κόστους κεφαλαίου $c_W$, είναι προφανές ότι αν όλα τα κεφάλαια της επιχείρησης προέρχονται από τους μετόχους της, τότε $D = 0$ και έτσι, θα έχουμε $c_W = c_s$.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2.2. Για τον ισολογισμό της επιχείρησης Χ που δίνεται παραπάνω, αν το κόστος δανεισμού είναι $r_D$ = 0.08 (8%), η απόδοση της μετοχής δίνεται ως $c_s$ = 0.12 (12%) και ο φορολογικός συντελεστής των κερδών είναι $\varphi$ = 0.40, τότε το κόστος κεφαλαίου $c_W$ υπολογίζεται ως

$$c_W = 0.08\times(1-0.40)\times\left(\frac{75}{125}\right) + 0.10\times\left(\frac{50}{125}\right) = 0.0688\ (6.88\%)$$

Σημειώστε ότι ή τιμή αυτή του $c_W$ είναι μικρότερη του κόστους δανεισμού της επιχείρησης $r_D$ = 0.08. Αυτό οφείλεται στη μείωση του πραγματικού κόστους δανεισμού λόγω του ότι οι τόκοι φοροαπαλλάσσονται. Αν το επιτόκιο $r_D$ δεν είχε πολλαπλασιαστεί με την τιμή του συντελεστή (1-$\varphi$), τότε η τιμή του $c_W$ θα δινόταν ως εξής:

$$c_W = 0.08 \times \left(\frac{75}{125}\right) + 0.10 \times \left(\frac{50}{125}\right) = 0.088\ (8.80\%).$$

## Καθαρές ταμειακές ροές

Για να υπολογίσουμε τις καθαρές ταμειακές ροές ενός επενδυτικού σχεδίου για μια αντιπροσωπευτική περίοδο τ (που συμβολίζονται ως $NCF_\tau$), θα πρέπει από την αύξηση στις εισροές (έσοδα) της επιχείρησης που οφείλονται σε αυτό την περίοδο $\tau$ ($\text{εισροές}_\tau$) να αφαιρέσουμε τις εκροές του ($\text{εκροές}_\tau$), που αποτελούν τα κόστη του. Το καθαρό ποσό που θα προκύψει, θα δίνει την αύξηση (ή μείωση) στα κέρδη της επιχείρησης που προέρχονται από το σχέδιο αυτό ανά περίοδο $\tau$, δηλαδή $\text{κερδη}_\tau = (\text{εισροές}_\tau - \text{εκροές}_\tau)$. Αν αφαιρέσουμε από αυτό το ποσό που θα πρέπει να καταβληθεί ως φόρος, δηλαδή $\varphi \times \text{κερδη}_\tau$, τότε θα έχουμε το ποσό των καθαρών (μετά από φόρους) κερδών του σχεδίου ανά περίοδο $\tau$, που θα δίνεται ως εξής: $(\text{εισροές}_\tau - \text{εκροές}_\tau)(1-\varphi)$. Για να υπολογίσουμε τις $NCF_\tau$, στο τελευταίο ποσό αυτό θα πρέπει να προσθέσουμε και τη *φορολογική εξοικονόμηση αποσβέσεων* (tax shield) ($\delta_\tau$) που οφείλεται στο γεγονός ότι οι αποσβέσεις του επενδυτικού σχεδίου που υπολογίζονται ανά περίοδο ($D_\tau$) μειώνουν το φορολογητέο ποσό των κερδών της επιχείρησης. Δηλαδή, θα έχουμε:

$$\begin{aligned} NCF_\tau &= [\text{εισροές}_\tau - \text{εκροές}_\tau] - \varphi[\text{εισροές}_\tau - \text{εκροές}_\tau - D_\tau] \\ &= [\text{εισροές}_\tau - \text{εκροές}_\tau](1-\varphi) + \varphi D_\tau \\ &= [\text{εισροές}_\tau - \text{εκροές}_\tau](1-\varphi) + \delta_\tau, \end{aligned}$$

όπου $\delta_\tau = \varphi D_\tau$ είναι το ποσό της φορολογικής εξοικονόμησης αποσβέσεων. Μια διαδεδομένη μέθοδος υπολογισμού του ποσού της *απόσβεσης* $D_\tau$ ανά περίοδο αποτελεί η μέθοδος της σταθερής απόσβεσης ή της ευθείας γραμμής, όπως αναφέρεται διαφορετικά. Σύμφωνα με αυτή, η απόσβεση $D_\tau$ υπολογίζεται ως ένα σταθερό ποσοστό επί της δαπάνης (κόστους, $I_0$) της επένδυσης ανά περίοδο, δηλαδή $D_\tau = \frac{I_0}{n}$, όπου $n$ δηλώνει τον αριθμό περιόδων μέχρι το τέλος της ζωής του σχεδίου.

## 2.5 Προγραμματισμός κεφαλαιακών δαπανών διαφορετικής διάρκειας και κλίμακας (μεγέθους)

Στα προηγούμενα τμήματα του κεφαλαίου παρουσιάσαμε διάφορες τεχνικές αξιολόγησης επενδύσεων και αναλύσαμε τις ιδιότητές τους. Όμως, για την καλύτερη κατανόηση των τεχνικών αυτών, κάναμε κάποιες απλουστευτικές υποθέσεις που μπορεί να αποκλίνουν από την πραγματικότητα. Πρώτον, θεωρήσαμε ότι όλα τα αμοιβαία αποκλειόμενα επενδυτικά σχέδια έχουν την ίδια διάρκεια και ότι οι κεφαλαιακές δαπάνες τους είναι της ίδιας κλίμακας (ή μεγέθους). Το ερώτημα που εγείρει η υπόθεση αυτή είναι πώς μπορούμε να επιλέξουμε μεταξύ επενδυτικών σχεδίων με διαφορετική κλίμακα ή διάρκεια ζωής, που συνήθως παρουσιάζονται στην πράξη. Δεύτερον, υποθέσαμε ότι δεν υπάρχουν περιορισμοί στον προϋπολογισμό των κεφαλαιακών δαπανών. Αν όμως αυτό συμβαίνει, τότε το ερώτημα είναι πώς διαφοροποιούνται οι τεχνικές αξιολόγησης επενδύσεων. Στο τμήμα αυτό του κεφαλαίου θα προσπαθήσουμε να απαντήσουμε στα παραπάνω ερωτήματα. Για το σκοπό αυτό, θα στηριχθούμε στη *NPV*-τεχνική αξιολόγησης επενδυτικών σχεδίων, που όπως αναλύσαμε σε προηγούμενο τμήμα του κεφαλαίου είναι η καταλληλότερη σε σχέση με τις άλλες τεχνικές.

**Επενδυτικά σχέδια με διαφορετική διάρκεια ζωής**

Για να εφαρμόσουμε την *NPV*-τεχνική αξιολόγησης επενδυτικών σχεδίων στην επιλογή ή περισσοτέρων σχεδίων με διαφορετική διάρκεια ζωής (ή λήξης τους), θα θεωρήσουμε ότι η επένδυση με τη μικρότερη διάρκεια ζωής μπορεί να επαναληφθεί τόσες φορές έτσι ώστε η χρονική διάρκεια των ροών της να συμπίπτει με εκείνη του σχεδίου με τη μεγαλύτερη διάρκεια ζωής. Με τον τρόπο αυτό οι καθαρές παρούσες αξίες ή οι αποδόσεις των σχεδίων γίνονται άμεσα συγκρίσιμες. Αν δεν είναι δυνατόν να αντιστοιχίσουμε με τον παραπάνω τρόπο τη χρονική διάρκεια δύο επενδυτικών σχεδίων, τότε μπορούμε να υπολογίσουμε τις καθαρές παρούσες αξίες αυτών θεωρώντας ότι έχουν ως κοινή χρονική διάρκεια το κοινό πολλαπλάσιο των περιόδων ως της λήξη τους ή ότι μπορούν να επαναληφθούν στο διηνεκές (άπειρο). Η τελευταία προσέγγιση μπορεί να αποδεχθεί πιο χρήσιμη στη σύγκριση περισσοτέρων των δύο επενδυτικών σχεδίων.

Για να εξηγήσουμε την τεχνική που θα πρέπει να εφαρμόζεται στην επιλογή επενδυτικών σχεδίων που έχουν διαφορετική διάρκεια ζωής καλύτερα, θεωρήστε τα επενδυτικά σχέδια Α και Β τα οποία έχουν το ίδιο κόστος $I_0$ = € 20000 και οι καθαρές ταμειακές ροές τους δίνονται στον Πίνακα 2.3.

ΠΙΝΑΚΑΣ 2.3: Ταμειακές ροές των επενδυτικών σχεδίων Α και Β

| Σχέδια | Καθαρές ταμειακές ροές ανά περίοδο (σε €) | | | |
|---|---|---|---|---|
| Περίοδος ($\tau$) | 0 | 1 | 2 | 3 |
| Α | - 20000 | 26000 | | |
| Β | -20000 | 10000 | 10000 | 10000 |

Όταν το κόστος κεφαλαίου είναι $c$=10%, τα δύο αυτά σχέδια έχουν τις ακόλουθες καθαρές παρούσες αξίες:

$$NPV_A = 3636 \quad \text{και} \quad NPV_B = 4868$$

Τα αποτελέσματα του Πίνακα 2.3 δείχνουν καθαρά ότι η επένδυση στο σχέδιο Β είναι πιο συμφέρουσα από εκείνη στο Α, που έχει μικρότερη διάρκεια. Αν όμως υποθέσουμε ότι η επένδυση στο Α μπορεί να επαναληφθεί και τις περιόδους 1 και 2, τότε οι μελλοντικές καθαρές ταμειακές ροές και η καθαρή παρούσα αξία αυτής αλλάζουν. Αυτές παρουσιάζονται μαζί με την καθαρή παρούσα αξία (*NPV*) στον Πίνακα 2.4.

ΠΙΝΑΚΑΣ 2.4: Ταμειακές ροές και καθαρή παρούσα αξία της επένδυσης Α (σε €)

| | Καθαρές ταμειακές ροές ανά περίοδο | | | |
|---|---|---|---|---|
| Περίοδος ($\tau$) | 0 | 1 | 2 | 3 |
| | -20000 | -20000 | -20000 | |
| | 0 | 26000 | 26000 | 26000 |
| $NCF_\tau$ | -20000 | 6000 | 6000 | 26000 |
| $PV_\tau$ | -20000 | 5454 | 4958 | 19534 |
| *NPV* | 9947 | | | |

Όπως δείχνουν τα αποτελέσματα του Πίνακα 2.4, η επένδυση στο σχέδιο Α είναι καλύτερη από εκείνη στο Β, που έχει $NPV_B$ = €4868. Το αποτέλεσμα αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η επένδυση στο σχέδιο Α έχει μεγαλύτερες καθαρές ταμειακές ροές από εκείνη στο Β. Έτσι, η επαναλειψή της θα συνεισφέρει περισσότερο στην αύξηση της αξίας της επιχείρησης σε σχέση με εκείνη του σχεδίου Β.

Στο προηγούμενο παράδειγμα η χρονική διάρκεια του σχεδίου Α είναι τέτοια έτσι ώστε το σχέδιο να μπορεί να επαναληφθεί άλλες δύο φορές μέχρι τη λήξη της ζωής του σχεδίου Β. Στον επόμενο πίνακα (Πίνακας 2.5) παρουσιάζουμε τις ροές μιας πιο σύνθετης περίπτωσης. Και τα δύο επενδυτικά σχέδια θα πρέπει να επαναληφθούν πολλές φορές έτσι ώστε να μπορέσουμε να καθορίσουμε μια κοινή περίοδο για τη σύγκριση της καθαρής παρούσας αξίας τους.

ΠΙΝΑΚΑΣ 2.5: Ταμειακές ροές των σχεδίων Α και Β (σε €)

| Περίοδος ($\tau$) | Σχέδιο Α | Σχέδιο Β |
|---|---|---|
| 0 | -10 | -10 |
| 1 | 6 | 4 |
| 2 | 6 | 4 |
| 3 | | 4.75 |

Στην περίπτωση αυτή, για να συγκρίνουμε τα επενδυτικά σχέδια Α και Β μεταξύ τους θα υπολογίσουμε την καθαρή παρούσα αξίας τους υποθέτοντας ότι αυτά επαναλαμβάνονται στο διηνεκές. Την καθαρή παρούσα αξία αυτή θα τη συμβολίζουμε στο εξής ως $NPV(\tau,\infty)$. Το πρόβλημα υπολογισμού αυτής είναι ανάλογο με εκείνο του υπολογισμού της τιμής μιας *διηνεκούς ράντας* (βλέπε Τμήμα 2.2) που καταβάλλει ροές την τρέχουσα χρονική στιγμή και ανά $\tau$-περιόδους στο μέλλον, όπου $\tau$ αποτελεί τη διάρκεια του κάθε επενδυτικού σχεδίου. Οι ροές αυτές ισούνται με την παρούσα αξία κάθε σχεδίου $NPV(\tau)$, το οποίο θεωρείται ότι επαναλαμβάνεται στο διηνεκές ανά $\tau$-περιόδους. Μαθηματικά, μπορούμε να γράψουμε το πρόβλημα αυτό ως εξής:

$$NPV(\tau,\infty) = NPV(\tau) + \frac{NPV(\tau)}{(1+c)^{\tau}} + \frac{NPV(\tau)}{(1+c)^{2\tau}} + \frac{NPV(\tau)}{(1+c)^{3\tau}} + \ldots$$

$$= NPV(\tau)\left[1+x+x^2+x^3+\ldots\right]$$

όπου $x=\frac{1}{(1+c)^{\tau}}$. Η λύση του προβλήματος αυτού δίνεται ως ακολούθως:

$$NPV(\tau,\infty)=NPV(\tau)\left[\frac{1}{1-x}\right]=NPV(\tau)\left[\frac{1}{1-\frac{1}{(1+c)^{\tau}}}\right]=NPV(\tau)\left[\frac{(1+c)^{\tau}}{(1+c)^{\tau}-1}\right].$$

Χρησιμοποιώντας τον παραπάνω τύπο, μπορούμε να υπολογίσουμε την καθαρή παρούσα αξία $NPV(\tau,\infty)$ για τα σχέδια Α και Β ως ακολούθως:

$$NPV_A(\tau=2,\infty)=NPV_A(\tau=2)\left[\frac{(1+0.10)^2}{(1+0.10)^2-1}\right]=0.41\left[\frac{1.41}{0.21}\right]=2.36$$

και

$$NPV_B(\tau=3,\infty)=NPV_3(\tau=3)\left[\frac{(1+0.10)^3}{(1+0.10)^3-1}\right]=0.50\left[\frac{1.33}{0.33}\right]=2.026$$

Συγκρίνοντας τις δύο παραπάνω παρούσες αξίες παρατηρούμε ότι το σχέδιο Α είναι προτιμότερο από το Β, καθώς έχει $NPV_A(\tau=2,\infty)>NPV_B(\tau=3,\infty)$. Αυτό συμβαίνει παρότι η καθαρή παρούσα αξία του σχεδίου Α είναι μικρότερη του Β, δηλαδή ισχύει η ακόλουθη ανισότητα: $NPV_A(\tau=2)=0.41 < NPV_B(\tau=3)=0.50$.

Για συγκρίνουμε επενδύσεις με διαφορετική διάρκεια ζωής, ένας εναλλακτικός, ισοδύναμος τρόπος της $NPV(\tau,\infty)$ είναι να στηριχθούμε στην *ετήσια ισοδύναμη αξία* (annual equivalent value -*AEV*) επενδυτικών σχεδίων. Αυτή αντιπροσωπεύει τη μέση ανά περίοδο (π.χ. έτος) αξία (ή ροή) ενός επενδυτικού σχεδίου και ορίζεται ως εξής:

$$AEV=\frac{NPV(\tau)}{\frac{1-(1+c)^{-\tau}}{c}}, \qquad (3)$$

όπου ο όρος $\frac{1-(1+c)^{-\tau}}{c}$ αποτελεί τον *παράγοντα της ράντας* (βλέπε Τμήμα 2.2).[5]

Για να δείξουμε πώς οι τεχνικές $AEV$ και $NPV(\tau,\infty)$ αποτελούν ισοδύναμα κριτήρια επιλογής επενδυτικών σχεδίων με διαφορετική διάρκεια ζωής, διαιρέστε τον τύπο της $AEV$, που δίνεται από τη σχέση (3), με το κόστος κεφαλαίου $c$. Η διαίρεση αυτή θα μας δώσει την τιμή μιας διηνεκούς ράντας με ετήσια ροή $AEV$, δηλαδή

$$\frac{1}{c}AEV = \frac{1}{c}\left[\frac{NPV(\tau)}{\frac{1-(1+c)^{-\tau}}{c}}\right] = \frac{NPV(\tau)}{1-(1+c)^{-\tau}} = NPV(\tau)\left[\frac{(1+c)^{\tau}}{(1+c)^{\tau}-1}\right] = NPV(\tau,\infty),$$

η οποία προφανώς ισούται με την καθαρή παρούσα αξία $NPV(\tau,\infty)$. Από την τελευταία σχέση φαίνεται καθαρά ότι και οι δύο τεχνικές αξιολόγησης επενδυτικών σχεδίων $AEV$ και $NPV(\tau,\infty)$ θα πρέπει να δίνουν αντίστοιχες απαντήσεις στην αξιολόγηση σχεδίων με διαφορετική διάρκεια, καθώς η μια αποτελεί πολλαπλάσιο της άλλης, με πολλαπλασιαστή που εξαρτάται από το κόστος κεφαλαίου $c$.

Χρησιμοποιώντας τη σχέση (3), στη συνέχεια υπολογίζουμε την τιμή της μεταβλητής $AEV$ για τα σχέδια Α και Β του Πίνακα 2.5 ως ακολούθως:

$$AEV_A = cNPV(\tau,\infty) = 0.10(2.36) = 0.2360$$

και

$$AEV_B = cNPV(\tau,\infty) = 0.10(2.02) = 0.2020\,.$$

Οι παραπάνω τιμές της $AEV$ δείχνουν ότι η επένδυση στο σχέδιο Α είναι πιο συμφέρουσα από εκείνη στο Β. Όπως αναμενόταν, η επιλογή αυτή είναι συνεπής με εκείνη που στηρίζεται στις τιμές της $NPV(\tau,\infty)$.

---

[5] Διαφορετικά, ο ορισμός της $AEV$ μπορεί να δοθεί ως εξής: $NPV(\tau) = AEV\left[\frac{1-(1+c)^{-\tau}}{c}\right]$. Αυτός προκύπτει άμεσα από τον ορισμό του παράγοντα της ράντας $\frac{1-(1+c)^{-\tau}}{c}$, που δίνεται στο Τμήμα 2.2.

Εκτός από τη σύγκριση επενδυτικών σχεδίων διαφορετικής διάρκειας, η *AEV*-τεχνική έχει και άλλες εφαρμογές στην αξιολόγηση επενδύσεων όπως, για παράδειγμα, στην αντικατάσταση μιας μηχανής ή ενός κεφαλαιουχικού αγαθού, στην αγορά ή μίσθωση μιας μηχανής. Παραδείγματα αυτών των εφαρμογών της *AEV*-τεχνικής παρουσιάζονται στο Παράρτημα I του κεφαλαίου.

**Ωφέλιμη διάρκεια ενός επενδυτικού σχεδίου**

Πολλές φορές στην πράξη, κατά την επιλογή μεταξύ αμοιβαία αποκλειόμενων επενδυτικών σχεδίων αντιμετωπίζουμε το εξής δίλημμα: Ποιο σχέδιο να επιλέξουμε αν και τα δύο έχουν την ίδια καθαρή παρούσα αξία; Το δίλημμα αυτό μπορεί να ξεπεραστεί βασιζόμενοι στην έννοια της *ωφέλιμης διάρκειας* (duration) μιας επένδυσης. Αυτή αποτελεί μια εκτίμηση του χρόνου διάρκειας ενός επενδυτικού σχεδίου από οικονομικής πλευράς. Η εκτίμηση αυτή σταθμίζει περισσότερο τις πιο κοντινές στο μέλλον περιόδους των ταμειακών ροών του σχεδίου σε σχέση με τις πιο απομακρυσμένες του. Η μεγαλύτερη βαρύτητα που δίνεται στις κοντινότερες στο μέλλον περιόδους του σχεδίου αντανακλά τη μεγαλύτερη οικονομική σημασία τους για την επιχείρηση καθώς οι ροές που αντιστοιχούν σε αυτές μπορούν να επανεπενδυθούν για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα σε σχέση με εκείνες των πιο απομακρυσμένων περιόδων. Μαθηματικά, ο τύπος της ωφέλιμης διάρκειας ενός επενδυτικού σχεδίου λήξης $n$-περιόδων δίνεται ως εξής:

$$D = \frac{\sum_{\tau=1}^{n} \tau PV_\tau}{\sum_{\tau=1}^{n} PV_\tau} = \sum_{\tau=1}^{n} \left( \frac{PV_\tau}{\sum_{\tau=1}^{n} PV_\tau} \right) \tau = \sum_{\tau=1}^{n} w_\tau \tau, \tag{4}$$

όπου $\tau = 1,2,\ldots,n$ είναι οι περίοδοι των μελλοντικών ροών του σχεδίου, $PV_\tau = \dfrac{NCF_\tau}{(1+c)^\tau}$ είναι η παρούσα αξίας της καθαρής ταμειακής ροής του σχεδίου που αντιστοιχεί στην περίοδο $\tau$ και τέλος, $w_\tau = \dfrac{PV_\tau}{\sum_{\tau=1}^{n} PV_\tau}$ αποτελούν τους σταθμικούς όρους που χρησιμοποιούνται στον υπολογισμό της ωφέλιμης διάρκειας. Εύκολα αποδεικνύεται ότι οι σταθμικοί όροι $w_\tau$ αθροίζουν στη μονάδα (δηλ., έχουμε $\sum_{\tau=1}^{n} w_\tau = 1$).

Καθώς η ωφέλιμη διάρκεια $D$ ενός σχεδίου λήξης $n$-περιόδων αποτελεί το σταθμικό μέσο όρο των χρονικών περιόδων $\tau$ μέχρι το τέλος της ζωής του, οι τιμές που παίρνει η μεταβλητή αυτή θα είναι μικρότερες του αριθμού των περιόδων μέχρι τη λήξη του, $n$. Δηλαδή, θα ισχύει η ακόλουθη σχέση: $D < n$. Στην αξιολόγηση αμοιβαία αποκλειόμενων επενδυτικών σχεδίων, η ωφέλιμη διάρκεια χρησιμοποιείται ως κριτήριο επιλογής ως ακολούθως. Αν η διάρκεια ενός σχεδίου είναι μικρότερη σε σχέση με αυτή κάποιου άλλου με την ίδια καθαρή παρούσα αξία, τότε θα πρέπει να επιλέγεται ως προτιμότερο το σχέδιο εκείνο που έχει τη μικρότερη διάρκεια. Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, το σχέδιο αυτό έχει το πλεονέκτημα ότι μας παρέχει μεγαλύτερη ρευστότητα και δυνατότητα επανεπένδυσης των καθαρών ταμειακών ροών του σε σχέση με κάποιο άλλο μικρότερης ωφέλιμης διάρκειας.[6]

Στον Πίνακα 2.6 παρουσιάζουμε ένα παράδειγμα υπολογισμού της ωφέλιμης διάρκειας ($D$) δύο διαφορετικών επενδυτικών σχεδίων Α και Β τα οποία έχουν την ίδια παρούσα αξία. Στους υπολογισμούς μας, έχουμε υποθέσει ότι το κόστος κεφαλαίου είναι $c = 10\%$. Επειδή το κόστος της επένδυσης $I_0$ δε λαμβάνεται υπόψη στον υπολογισμό της τιμής της μεταβλητής $D$, για λόγους ευκολίας έχουμε υποθέσει ότι αυτό είναι μηδέν και για τα δύο σχέδια. Με βάση τα στοιχεία του Πίνακα 2.6 και τον τύπο της διάρκειας $D$ που δίνεται από τη σχέση (4), η ωφέλιμη διάρκεια για το σχέδιο Α υπολογίζεται ως εξής:

$$D_A = \frac{90.91\times(1) + 206.61\times(2) + 300.53\times(3)}{598.05} = 2.35,$$

ενώ για το σχέδιο Β ως

$$D_B = \frac{598.05\times(3)}{598.05} = 3.$$

Τα αποτελέσματα του πίνακα δείχνουν καθαρά ότι, παρόλο που και τα δύο επενδυτικά σχέδια Α και Β έχουν την ίδια καθαρή παρούσα αξία 598.05, η διάρκεια τους διαφέρει.[7] Η

[6] Μεγαλύτερη ρευστότητα συνεπάγεται μικρότερο κίνδυνο επανεπένδυσης των καθαρών ροών ενός σχεδίων αν το κόστος κεφαλαίου ή τα επιτόκια αυξηθούν στο μέλλον. Για το λόγο αυτό, όπως θα δούμε σε μετέπειτα κεφάλαιο του βιβλίου (βλέπε Κεφάλαιο 9), η ωφέλιμη διάρκεια μιας επένδυσης χρησιμοποιείται ως μέτρο του κινδύνου της.

[7] Σημειώστε ότι για το σχέδιο Β η ωφέλιμη διάρκεια ισούται με τον αριθμό των περιόδων μέχρι τη λήξη του, καθώς όλες οι πληρωμές του σχεδίου αυτού πραγματοποιούνται στη τελευταία περίοδο.

διάρκεια του σχεδίου Α είναι 2.35 έτη και είναι μικρότερη του Β, που ισούται με 3. Άρα από τα δύο σχέδια αυτά, θα πρέπει να επιλεγεί το Α που έχει την μικρότερη διάρκεια.

ΠΙΝΑΚΑΣ 2.6: Υπολογισμός της ωφέλιμης διάρκειας επενδυτικών σχεδίων

| | Σχέδιο Α | | Σχέδιο Β | |
|---|---|---|---|---|
| Περίοδος ($\tau$) | $NCF_\tau$ | $PV_\tau$ | $NCF_\tau$ | $PV_\tau$ |
| 0 | - | - | - | - |
| 1 | 100 | 90.91 | - | - |
| 2 | 250 | 206.61 | - | - |
| 3 | 400 | 300.53 | 796 | 598.05 |
| $\sum_{\tau=1}^{n} PV_\tau$ : | | 598.05 | | 598.05 |

**Περιορισμοί στον προϋπολογισμό κεφαλαιακών δαπανών**

Πολλές φορές στην πράξη τα διαθέσιμα κεφάλαια μιας επιχείρησης για επενδύσεις είναι περιορισμένα. Σε μια τέτοια κατάσταση, θα πρέπει να επιλέγουμε εκείνο το συνδυασμό επενδυτικών σχεδίων που ικανοποιεί τον προϋπολογισμό των κεφαλαιακών δαπανών της επιχείρησης και μας δίνει τη μεγαλύτερη συνολική καθαρή παρούσα αξία. Μια μέθοδος για να επιτευχθεί αυτό στηρίζεται στο *δείκτη παρούσας αξίας* (present value index -*PVI*). Ο δείκτης αυτός ορίζεται ως η παρούσα αξία των ταμειακών εισροών διαιρούμενη με εκείνη των εκροών, δηλαδή ως εξής:

$$PVI = \frac{\text{Παρούσα αξία εισροών}}{\text{Παρούσα αξία εκροών}}.$$

Από τον ορισμό αυτό, είναι προφανές ότι ο δείκτης της παρούσας αξίας (*PVI*) αποτελεί ένα μέτρο απόδοσης των κεφαλαιακών δαπανών (κόστους) ενός επενδυτικού σχεδίου. Για να δείξουμε πως υπολογίζεται αυτός, στον Πίνακα 2.7 παρουσιάζουμε τις παρούσες αξίες των εισροών και εκροών τεσσάρων ανεξάρτητων επενδυτικών σχεδίων, καθώς και την καθαρή παρούσα αξία τους. Για να προεξοφλήσουμε τις ροές αυτές, υποθέσαμε ότι το κόστος κεφαλαίου είναι $c = 10\%$. Τα στοιχεία του πίνακα δείχνουν ότι όλα τα σχέδια είναι συμφέροντα, καθώς η καθαρή παρούσα αξία τους είναι θετική. Σε σειρά προτίμησης, το σχέδιο 1 έχει την υψηλότερη καθαρή παρούσα αξία ακολουθούμενο από το σχέδιο 3, μετά το 2 και τέλος το 4.

ΠΙΝΑΚΑΣ 2.7: Δεικτης παρούσας αξίας (*PVI*)

| Σχέδια | *PV* εισροών | *PV* εκροών | *PVI* | *NPV* |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 230000 | 200000 | $1.15 = \frac{230000}{200000}$ | 300000 |
| 2 | 141250 | 125000 | 1.13 | 162500 |
| 3 | 194250 | 175000 | 1.11 | 192500 |
| 4 | 162000 | 150000 | 1.08 | 120000 |

Υποθέστε τώρα ότι η επιχείρηση αντιμετωπίζει τον περιορισμό' ότι δεν μπορεί να δαπανήσει περισσότερο από €300000 των κεφαλαίων της για επενδύσεις. Συγκρίνοντας τις παρούσες αξίες των εκροών των τεσσάρων σχεδίων, εύκολα μπορεί να διαπιστωθεί ότι η επιλογή των σχεδίων 2 και 3 θα πρέπει να είναι η καλύτερη δυνατή μεταξύ των άλλων σχεδίων ή συνδυασμών τους. Το συνολικό κόστος των δύο αυτών σχεδίων ικανοποιεί τον περιορισμό των κεφαλαιακών δαπανών της επιχείρησης (δηλ. 300.000=125.000+175.000) και η καθαρή παρούσα αξία τους (που δίνεται ως 162.500+192.500=355.000) είναι η μεγαλύτερη σε σχέση με εκείνη των άλλων σχεδίων ή δυνατών συνδυασμών τους.

Στην παραπάνω επενδυτική επιλογή των σχεδίων 2 και 3 μπορούμε να καταλήξουμε χρησιμοποιώντας το δείκτη της παρούσας αξίας (*PVI*) και πιο συγκεκριμένα, το *σταθμικό μέσο όρο των δεικτών παρούσας αξίας* (*WPVI*). Ο δείκτης αυτός σταθμίζει τους ατομικούς δείκτες παρούσας αξίας (*PVI*) επενδυτικών σχεδίων χρησιμοποιώντας ως σταθμικούς όρους τις παρούσες αξίες των εκροών τους (που αποτελούν την πλευρά του κόστους τους) ως προς τη δυνατή κεφαλαιακή δαπάνη (στο παράδειγμά μας, το ποσό των €300000). Για το συνδυασμό των σχεδίων 2 και 3, η τιμή του *WPVI* υπολογίζεται ως εξής:

$$WPVI_{(2,3)} = \frac{125000}{300000} \times (1.13) + \frac{175000}{300000} \times (1.11) = 1.1183$$

Ενώ για το σχέδιο 1, η τιμή του $WPVI$ υπολογίζεται ως

$$WPVI_{(1)} = \frac{200000}{300000} \times (1.15) + \frac{100000}{300000} \times (1.00) = 1.10 .$$

Σημειώστε ότι, για τον υπολογισμό της τιμής του $WPVI_{(1)}$ για το σχέδιο 1, σταθμίσαμε τις δύο ακόλουθες τιμές του *PVI*: 1.15 και 1.0. Η πρώτη, 1.15, αποτελεί την τιμή του δείκτη αυτού για την επένδυση στο σχέδιο 1 (βλέπε Πίνακα 2.7), που έχει παρούσα αξία (*PV*) εκροών 20000. Η δεύτερη, που ισούται με 1.0, αποτελεί την τιμή του *PVI* της επένδυσης του υπολοίπου ποσού του προϋπολογισμού κεφαλαιακών δαπανών (δηλ. 300.000-200.000 = 100.000) σε μετοχές της επιχείρησης. Το ποσό αυτό, που δεν μπορεί να επενδυθεί σε κανένα άλλο σχέδιο, είναι λογικό να θεωρείται ότι επενδύεται σε μετοχές της επιχείρησης. Μια τέτοια επένδυση θα έχει *PVI* που θα ισούται με τη μονάδα, καθώς το κόστος κεφαλαίου με βάση το οποίο προεξοφλούνται οι καθαρές εισροές της θα πρέπει να ισούται με την απόδοση της μετοχής της επιχείρησης. Συγκρίνοντας τις τιμές $WPVI_{(2,3)}$ =1.1183 και $WPVI_{(1)}$=1.10 συμπεραίνουμε ότι η επένδυση στο συνδυασμό των σχεδίων 2 και 3 είναι προτιμότερη από εκείνη στο σχέδιο 1.

**Επιλογή αμοιβαία αποκλειόμενων επενδυτικών σχεδίων διαφορετικής κλίμακας**

Ο δείκτης της παρούσας αξίας μιας επένδυσης (*PVI*) μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί στη σύγκριση αμοιβαία αποκλειόμενων επενδυτικών σχεδίων των οποίων ο προϋπολογισμός των δαπανών τους είναι διαφορετικού μεγέθους (κλίμακας (scale)). Για να κατανοήσουμε *το πρόβλημα μεγέθους ή κλίμακας* που αντιμετωπίζουμε στη σύγκριση δύο διαφορετικών σε κεφαλαιακές δαπάνες επενδύσεων, θεωρήστε τα ακόλουθα επενδυτικά σχέδια Α και Β, που έχουν διάρκεια ζωής μια περίοδο. Το σχέδιο Α κοστίζει €1000000 και η καθαρή παρούσα αξία των μελλοντικών εισροών του δίνεται ως $NPV_A$ =1000. Το σχέδιο (Β) κοστίζει €10 και έχει καθαρή παρούσα αξία των μελλοντικών εισροών του ίση με $NPV_B$ =500. Από τα δεδομένα του παραδείγματος αυτού, είναι προφανές ότι τα μεγέθη των κεφαλαιακών δαπανών των δύο επενδύσεων είναι δυσανάλογα.

Με βάση την *NPV*-τεχνική αξιολόγησης, μεταξύ των σχεδίων Α και Β θα πρέπει να επιλεγεί το Α, που έχει μεγαλύτερη *NPV*, παρόλο που το Β έχει μεγαλύτερη παρούσα αξία των μελλοντικών του εισροών ανά μονάδα των κεφαλαιακών δαπανών του. Στην απόφαση αυτή μπορούμε επίσης να καταλήξουμε χρησιμοποιώντας το σταθμικό δείκτη παρούσας αξίας *WPVI*. Για να υπολογίσουμε το δείκτη αυτό θα υποθέσουμε ότι ο προϋπολογισμός των κεφαλαιακών δαπανών ανέρχεται στο ύψος του μεγαλύτερου σε κλίμακα επενδυτικού σχεδίου, δηλαδή του Α και δίνεται ως €1000000. Ο δείκτης αυτός για το σχέδιο Α υπολογίζεται ως ακολούθως:

$$WPVI_A = \frac{1000000}{1000000} \times \left( PVI = \frac{1001000}{1000000} \right) = 1.001,$$

όπου η τιμή του $PVI$ έχει υπολογισθεί ως ο λόγος της παρούσας αξίας των εισροών του σχεδίου Α (δηλ. 1000+1000000=1001000) ως προς τη δαπάνη της επένδυσης (δηλ. 1000000). Για το σχέδιο Β, η τιμή του $WPVI$ υπολογίζεται ως ακολούθως:

$$WPVI_B = \frac{10}{1000000} \times \left( \frac{510}{10} \right) + \frac{999990}{1000000} \times (1.00) = 1.0005.$$

Για τον υπολογισμό του δείκτη αυτού, θεωρούμε ότι το υπόλοιπο του προυπολογισμού δαπανών της επιχείρησης (δηλ. 1000000-10 = 999990) επενδύεται σε μετοχές της για τις οποίες η τιμή του $PVI$ είναι 1. Συγκρίνοντας τις παραπάνω τιμές των δεικτών $WPVI_A = 1.001$ και $WPVI_B = 1.0005$, παρατηρούμε ότι η τιμή του $WPVI_A$ είναι μεγαλύτερη εκείνης του $WPVI_B$, που σημαίνει ότι το σχέδιο Α είναι προτιμότερο του Β. Η κατάταξή αυτή των δύο σχεδίων είναι ακριβώς ίδια με εκείνη που στηρίζεται στη *NPV*-τεχνική αξιολόγησης τους.

Η προηγούμενη ανάλυση επισημαίνει καθαρά ότι στην αξιολόγηση επενδυτικών σχεδίων διαφορετικής κλίμακας οι τεχνικές που στηρίζονται στο *WPVI* και στη *NPV* θα πρέπει να θεωρούνται ως ισοδύναμες. Μεταξύ των δύο, η δεύτερη είναι πιο ευκολόχρηστη όταν δεν υπάρχουν περιορισμοί στις κεφαλαιουχικές δαπάνες και για αυτό προτιμάται πιο συχνά στην πράξη. Αν όμως υπάρχουν τέτοιου είδους περιορισμοί, τότε η τεχνική που στηρίζεται στο δείκτη *WPVI* αποτελεί την πιο ενδεδειγμένη μέθοδο σύγκρισης ή κατάταξης επενδυτικών σχεδίων διαφορετικής κλίμακας μεταξύ τους.

## 2.6 Η επίδραση του πληθωρισμού στην επιλογή επενδυτικών σχεδίων

Στα προηγούμενα τμήματα του κεφαλαίου υποθέσαμε ότι ο πληθωρισμός δεν παίζει κανένα ρόλο στην επιλογή επενδυτικών σχεδίων. Με άλλα λόγια, η επίδραση του θεωρήθηκε ως ουδέτερη. Όπως θα δούμε στη συνέχεια, αυτό μπορεί να μη συμβαίνει στην πράξη και η επίδραση του πληθωρισμού στην κατάταξη επενδυτικών σχεδίων να αποδειχθεί πολύ κρίσιμη.

Για να διερευνήσουμε την επίδραση του πληθωρισμού στην αξιολόγηση επενδυτικών σχεδίων, θεωρήστε ένα σχέδιο κόστους $I_0$ = €100000 και διάρκειας $n$=5 περιόδων (έτη). Το σχέδιο αυτό έχει αναμενόμενες εισροές και εκροές που ανέρχονται αντίστοιχα στα ποσά των €53000 και €20000, για όλες τις περιόδους της ζωής του σχεδίου. Το κόστος του σχεδίου αυτού είναι $I_0$ = €100000. Στην ανάλυσή μας, θα υποθέσουμε ότι ο φορολογικός συντελεστής των κερδών της επένδυσης είναι $\varphi$ = 50% και ότι το ποσό της απόσβεσης που επιτρέπεται ανά περίοδο είναι σταθερό και ισούται με το (1/5) του κόστους της επένδυσης. Δηλαδή, αυτό δίνεται ως $D_\tau$ = €20000, για κάθε έτος ως το τέλος ζωής του σχεδίου. Αυτό σημαίνει ότι το ποσό που φοροαπαλλάσσεται ανά έτος και αποτελεί επιπρόσθετη καθαρή ταμειακή ροή (δηλ. το ποσό της φορολογικής εξοικονόμησης αποσβέσεων) δίνεται ως εξής: $\delta_\tau = \varphi \times D_\tau = 0.50 \times 20000 = 10000$. Τέλος, θεωρήστε ότι το κόστος κεφαλαίου είναι $c$=9%.

Στούς Πίνακες 2.8Α και 2.8Β παρουσιάζουμε τις καθαρές ταμειακές ροές του παραπάνω σχεδίου και υπολογίζουμε την καθαρή παρούσα αξία του χωρίς ή με την επίδραση πληθωρισμού, αντίστοιχα. Πιο συγκεκριμένα, στον Πίνακα 2.8Α θεωρούμε ότι οι τιμές των μελλοντικών ταμειακών ροών (εισροών ή εκροών) του σχεδίου δεν αλλάζουν με το ρυθμό πληθωρισμού της οικονομίας από περίοδο σε περίοδο, ενώ στον Πίνακα 2.8Β ότι αυτές αλλάζουν. Για να υπολογίσουμε τις εισροές της επένδυσης ανά περίοδο, στον Πίνακα 2.8Β χρησιμοποιούμε τον ετήσιο ρυθμό πληθωρισμού της οικονομίας, που στο παράδειγμά μας δίνεται ως 6%. Ο ρυθμός πληθωρισμού αυτός υπολογίζεται με βάση τον δείκτη τιμών καταναλωτή της αγοράς. Αυτός χρησιμοποιείται στον υπολογισμό των ονομαστικών μεταβολών στις τιμές των εισροών της επιχείρησης καθώς αφορά τις πωλήσεις της στην αγορά προϊόντων της οικονομίας.

ΠΙΝΑΚΑΣ 2.8Α: Καθαρές ταμειακές εισροές και *NPV* χωρίς πληθωρισμό

| | Έτος 1 | Ετος 2 | Έτος 3 | Έτος 4 | Έτος 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| Εισροές$_\tau$ | 53000 | 53000 | 53000 | 53000 | 53000 |
| Εκροές$_\tau$ | 20000 | 20000 | 20000 | 20000 | 20000 |
| Κέρδη προ φόρων ($\pi_\tau$) | 33000 | 33000 | 33000 | 33000 | 33000 |
| Κέρδη μετά φόρων $\pi_\tau(1-\varphi)$ | 16500 | 16500 | 16500 | 16500 | 16500 |
| Φορολ. εξοικ. αποσβέσεων $\delta_\tau$ | 10000 | 10000 | 10000 | 10000 | 10000 |
| Καθαρές Ταμειακές ροές ($NCF_\tau$) $NCF_\tau =$ (εισροές$_\tau$-εκροές$_\tau$)$(1-\varphi)+\delta_\tau$ | 26500 | 26500 | 26500 | 26500 | 26500 |

$$NPV = \sum_{\tau=1}^{5} \frac{NCF_\tau}{(1+c)^\tau} - I_0 = \sum_{\tau=1}^{5} \frac{26500}{(1.09)^\tau} - 100000 = 26500 \times (3.889) - 100000 = 3074,$$

όπου c = 0.09 και $\delta_\tau = \varphi \times D_\tau = 0.50 \times 20000 = 10000$.

ΠΙΝΑΚΑΣ 2.8Β: Καθαρές ταμειακές εισροές και *NPV* με πληθωρισμό

| | Έτος 1 | Ετος 2 | Έτος 3 | Έτος 4 | Έτος 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| Εισροές$_\tau(1+0.06)^\tau$, $\tau = 1,2,...,5$ | 56180 | 59551 | 63124 | 66912 | 70927 |
| Εκροές$_\tau(1+0.07)^\tau$, $\tau = 1,2,...,5$ | 21400 | 22898 | 24501 | 26216 | 28051 |
| Κέρδη προ φόρων ($\pi_\tau$) | 34780 | 36653 | 38623 | 40696 | 42786 |
| Κέρδη μετά φόρων $\pi_\tau(1-\varphi)$ | 17390 | 18327 | 19312 | 20348 | 21438 |
| Φορολ. εξοικ. αποσβέσεων $\delta_\tau$ | 10000 | 10000 | 10000 | 10000 | 10000 |
| Καθαρές Ταμειακές ροές ($NCF_\tau$) | 27390 | 28327 | 29312 | 30348 | 31438 |

$$NPV = \sum_{\tau=1}^{5} \frac{NCF_\tau}{(1+k)^\tau} - I_0 = 96227 - 100000 = -3773,$$

όπου $NCF_\tau = \left[\text{εισροές}_\tau (1+0.06)^\tau - \text{εκροές}_\tau (1+0.07)^\tau\right](1-\varphi) + \delta_\tau$ και $k$=0.1554

Για την πλευρά των εκροών, στο παράδειγμά μας θεωρούμε ότι ο πληθωρισμός αυξάνει με υψηλότερο ρυθμό, ο οποίος ανέρχεται σε 7% το έτος. Ο ρυθμός αυτός καλύπτει την πλευρά του κόστους παραγωγής της επιχείρησης και για αυτό, πολλές φορές αναφέρεται και ως πληθωρισμός κόστους. Η διαφορά ανάμεσα στους δύο παραπάνω ρυθμούς πληθωρισμού μπορεί να αποδοθεί στο γεγονός ότι, κατά τη διάρκεια του επενδυτικού σχεδίου, οι αυξήσεις τιμών στους συντελεστές παραγωγής της επιχείρησης τυχαίνει να είναι μεγαλύτερες σε σχέση με εκείνες των προϊόντων της στην αγορά.

Εκτός όμως από τις ταμειακές ροές, ο πληθωρισμός επηρεάζει και το κόστος κεφαλαίου $c$, που αποτελεί το προεξοφλητικό επιτόκιο των μελλοντικών ταμειακών ροών ενός επενδυτικού σχεδίου. Για να προσαρμόσουμε το κόστος αυτό για τις μεταβολές στις ονομαστικές τιμές (ή αξίες) στην οικονομία, θα χρησιμοποιήσουμε την *ταυτότητα του Fisher*. Αυτή προβλέπει ότι το ονομαστικό κόστος κεφαλαίου για μια χρονική περίοδο, που θα το συμβολίζουμε στο εξής ως $k$, ικανοποιεί την ακόλουθη σχέση:

$$(1+c)(1+\pi^e)=(1+k),$$

όπου $c$ συμβολίζει το κόστος κεφαλαίου σε πραγματικές τιμές (αυτό που χρησιμοποιήσαμε μέχρι τώρα στην ανάλυσή μας) και $\pi^e$ αποτελεί τον αναμενόμενο (expected) ρυθμό πληθωρισμού στην αρχή της περιόδου.[8] Χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του παραδείγματος μας, το ονομαστικό κόστος κεφαλαίου $k$ μπορεί να υπολογισθεί με βάση την ταυτότητα του Fisher ως εξής:

$$(1+0.09)(1+0.06)=(1+k) \Rightarrow k=0.1554\,.$$

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα των Πινάκων 2.8Α και 2.8Β, συμπεραίνουμε ότι, αν λάβουμε υπόψη μας τις επιδράσεις του πληθωρισμού στον υπολογισμό της καθαρής παρούσας αξίας, τότε το επενδυτικό σχέδιο δε θα πρέπει να γίνει αποδεκτό. Αυτό συμβαίνει γιατί η καθαρή παρούσα αξία του είναι αρνητική και ισούται με €-3773. Αντίθετα, αν δεν υπολογίσουμε τις επιδράσεις του πληθωρισμού, τότε η καθαρή παρούσα

[8] Σημειώστε ότι η ταυτότητα του Fisher για το ονομαστικό κόστος κεφαλαίου μπορεί να γενικευτεί για περισσότερες της μιας περιόδους ως εξής:

$$(1+c)^{\tau}(1+\pi)^{\tau}=(1+k)^{\tau}, \text{ για } \tau=1,2,\ldots,n$$

Παίρνοντας λογαρίθμους και χρησιμοποιώντας τη προσέγγιση $\log(1+x)\approx x$, η οποία ισχύει για τιμές της μεταβλητής x κοντά στο μηδέν, η τελευταία σχέση συνεπάγεται ότι το ονομαστικό κόστος κεφαλαίου $k$ μπορεί να προσεγγισθεί ως εξής: $c+\pi\approx k$.

αξία του σχεδίου δίνεται ως $NPV = €3074$, που είναι θετική και σημαίνει ότι η επένδυση είναι συμφέρουσα.

Παρατηρώντας τον τρόπο υπολογισμού της καθαρής παρούσας αξίας στις δύο παραπάνω περιπτώσεις του παραδείγματος που παρουσιάζεται στους Πίνακες 2.8Α και 2.8Β, δηλαδή χωρίς ή με την επίδραση του πληθωρισμού αντίστοιχα, εύκολα διαπιστώνεται ότι η διαφορά μεταξύ των τιμών της *NPV* στις δύο αυτές περιπτώσεις οφείλεται στο γεγονός ότι, αφενός ο πληθωρισμός των εκροών είναι διαφορετικός εκείνου των εισροών και αφετέρου στο γεγονός ότι η ονομαστική αξία των αποσβέσεων $\delta_\tau = \varphi \times D_\tau$ θεωρείται ως σταθερή για όλη τη διάρκεια του επενδυτικού σχεδίου, μέχρι το τέλος της ζωής του. Αν ο πληθωρισμός με βάση τον οποίο υπολογίζονται οι εκροές και εισροές του επενδυτικού σχεδίου ήταν ίδιος (έστω $\pi^e$), τότε αυτός θα απαλειφόταν από εκείνον που επηρεάζει το πραγματικό κόστος κεφαλαίου, που βρίσκεται στον παρονομαστή του τύπου της *NPV*. Στην περίπτωση αυτή, η μόνη διαφορά που θα υπάρχει ανάμεσα στις τιμές της *NPV* όταν λαμβάνεται ή όχι η επίδραση του πληθωρισμού θα προέρχεται αποκλειστικά και μόνο από τη διαχρονική μείωση της πραγματικής αξίας των αποσβέσεων που απαλλάσσονται φορολογικά. Για να διαπιστωθεί αυτό καλύτερα, υποθέστε ότι ο πληθωρισμός $\pi^e$ επηρεάζει με τον ίδιο τρόπο και την πλευρά των εισροών και των εκροών ενός επενδυτικού σχεδίου. Τότε, ο τύπος της *NPV* γράφεται ως εξής:

$$NPV = \sum_{\tau=1}^{5} \frac{NCF_\tau}{(1+k)^\tau} - I_0 = \sum_{\tau=1}^{n} \frac{\left[\text{εισροές}_\tau (1+\pi^e)^\tau - \text{εκροές}_\tau (1+\pi^e)^\tau\right](1-\varphi) + \varphi D_\tau}{(1+c)^\tau (1+\pi^e)^\tau} - I_0$$

$$= \sum_{\tau=1}^{n} \frac{\left[\text{εισροές}_\tau - \text{εκροές}_\tau\right](1-\varphi)}{(1+c)^\tau} + \frac{\varphi D_\tau}{(1+c)^\tau (1+\pi^e)^\tau} - I_0 .$$

Η τελευταία σχέση δείχνει καθαρά ότι η διαφορά στην τιμή της μεταβλητής *NPV* όταν λαμβάνεται υπόψη ο πληθωρισμός από εκείνη όπου δε λαμβάνεται εξαρτάται από το πόσο σημαντική είναι η μείωση της πραγματικής αξίας των αποσβέσεων που απαλλάσεται φορολογικά, δηλαδή του $\frac{\varphi D_\tau}{(1+c)^\tau (1+\pi^e)^\tau}$ για όλες τις περιόδους $\tau$. Σημειώστε ότι, όταν δεν λαμβάνεται υπόψη η επίδραση του πληθωρισμού, τότε οι όροι αυτοί γίνονται $\frac{\varphi D_\tau}{(1+c)^\tau}$.