



ΠΑΝΤΕΙΟΝ
ΠΑΝΤΕΙΟΝ

SCHOOL OF ECONOMICS AND ADMINISTRATION
DEPARTMENT OF ECONOMIC & REGIONAL DEVELOPMENT

PANTEION UNIVERSITY OF SOCIAL AND POLITICAL SCIENCES

ΠΟΣΟΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ

Γιώργος Λούντζης (PhD, MSc, MEng)

Εντεταλμένος Διδάσκων (ΕΣΠΑ)
2024 – 2025

ΕΝΟΤΗΤΑ 1

ΕΝΟΤΗΤΑ 1

1. Η ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ ΤΗΣ ΖΗΤΗΣΗΣ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΤΙΜΗ
2. ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ ΠΡΟΣΦΟΡΑΣ
3. Η ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΖΗΤΗΣΗΣ ΜΕ ΠΟΛΛΕΣ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ 1

Η ελαστικότητα ζήτησης E_D προς την τιμή ορίζεται ως η ποσοστιαία μεταβολή στη ζητούμενη ποσότητα (Q), όταν μεταβάλλεται η τιμή (P) κατά 1%.

$$E_D = \frac{\left(\frac{\Delta Q}{Q}\right)}{\left(\frac{\Delta P}{P}\right)}$$

ΕΝΟΤΗΤΑ 1

Έστω, η συνάρτηση ζήτησης

$$Q = a - bP$$

Αν το P μεταβληθεί κατά μια μονάδα ΔP



$$Q + \Delta Q = a - b(P + \Delta P)$$

Αφαιρώ $Q = a - bP$



$$\cancel{Q} + \Delta Q - \cancel{Q} = \cancel{a} - b(P + \Delta P) - \cancel{a} + bP$$



$$\rightarrow -b = \frac{\Delta Q}{\Delta P}$$

ΕΝΟΤΗΤΑ 1

$$E_D = \frac{\left(\frac{\Delta Q}{Q}\right)}{\left(\frac{\Delta P}{P}\right)}$$

$$-b = \frac{\Delta Q}{\Delta P}$$



$$E_D = -b * \frac{P}{Q}$$

ΕΝΟΤΗΤΑ 1

Πτώση τιμής

$$E_d = \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta P}{P}} = \frac{[(OQ_2 - OQ_1)/OQ_1]}{[(OP_1 - OP_2)/OP_1]}$$

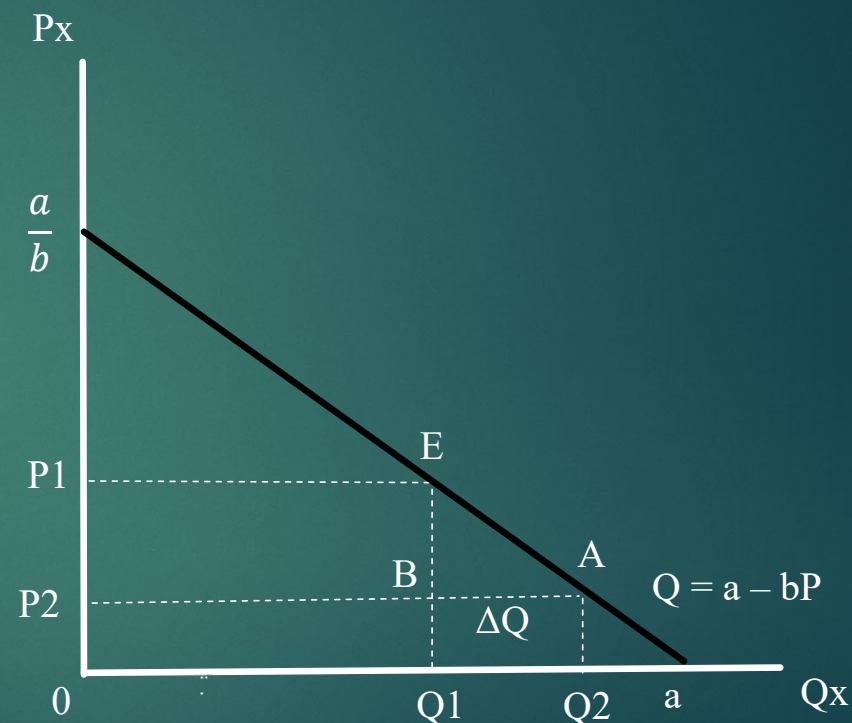
$$E_d = - \frac{Q_1 Q_2}{P_1 P_2} \cdot \frac{OP_1}{OQ_1}$$

OQ₁ σε OQ₂
Αύξηση ποσότητας

Από το σχήμα:

$$\frac{Q_1 Q_2}{P_1 P_2} = \frac{\Delta Q}{\Delta P} = \frac{BA}{EB} = b$$

$$E_D = - b \cdot \frac{OP_1}{OQ_1}$$



ΕΝΟΤΗΤΑ 1

Λύνοντας την $Q = a - bP$ ως προς P :

$$P = \frac{a - Q}{b}$$

$$E_D = -b * \frac{P}{Q}$$

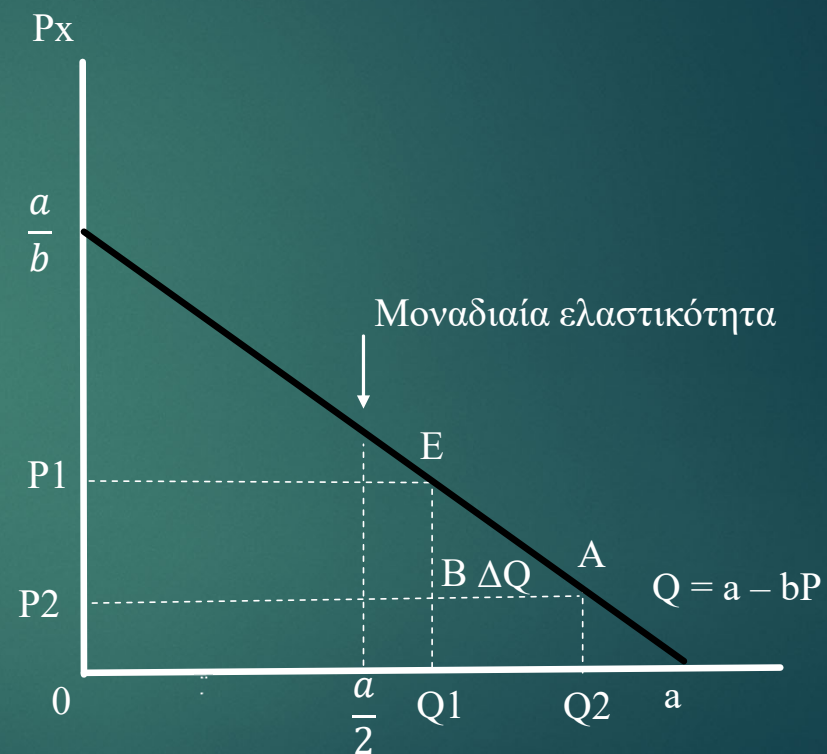


$$E_D = 1 - \frac{a}{Q}$$

ΕΝΟΤΗΤΑ 1

Όταν $P = 0$ και $Q = a$ $\rightarrow E_D = 0$

Όταν $Q = a/2$ $\rightarrow E_D = -1$

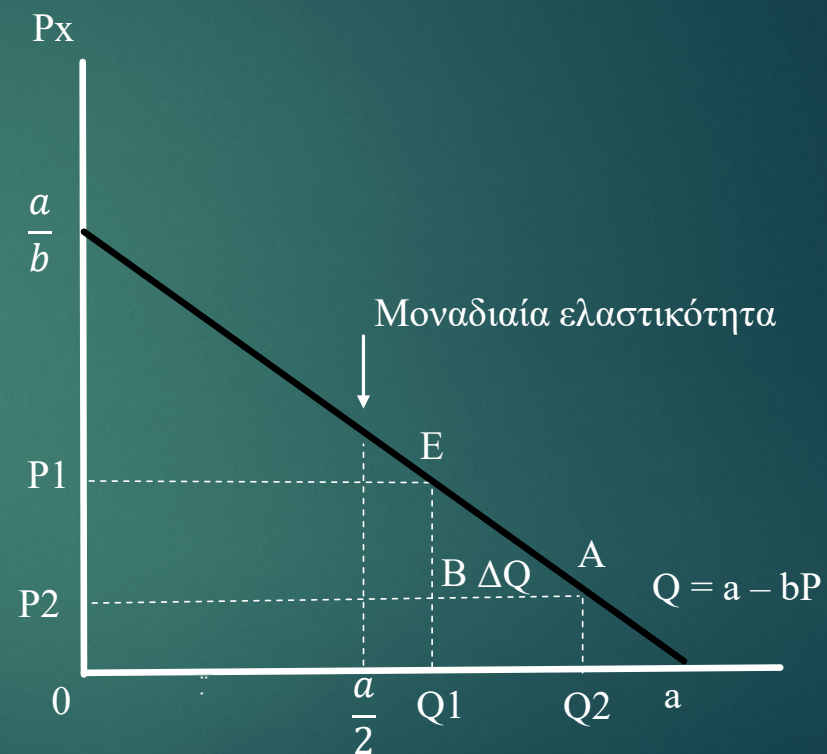


ΕΝΟΤΗΤΑ 1

Όταν $Q > a/2 \rightarrow E_D < 1$

Παράδειγμα:

Αν $Q=4a/5$ τότε $E_D = 1 - \frac{5}{4} = -\frac{1}{4} = -0,25$



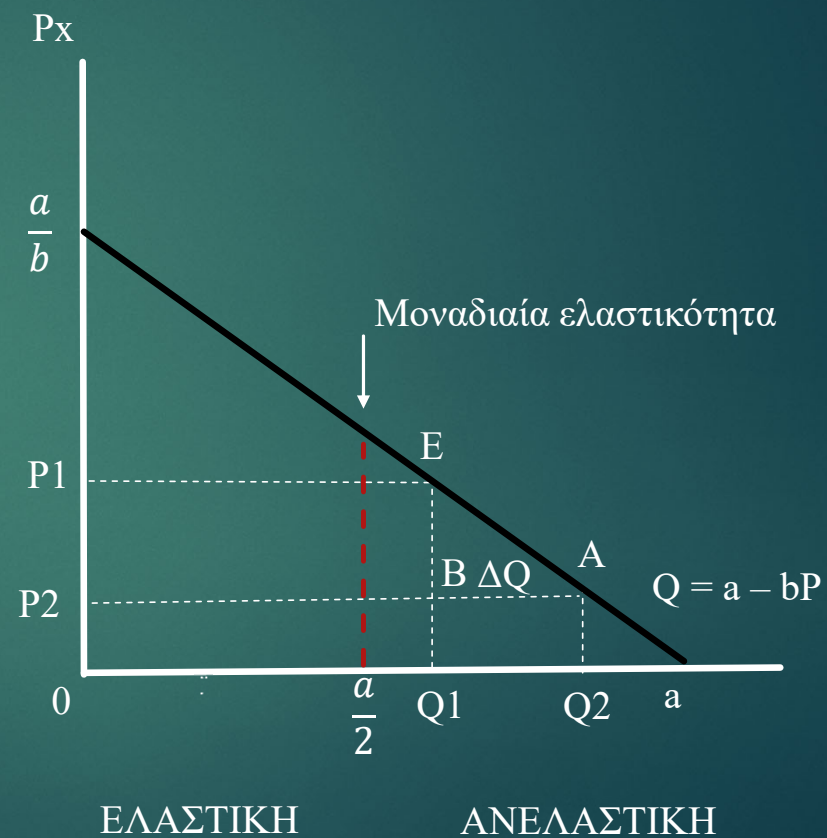
ΑΝΕΛΑΣΤΙΚΗ

ΕΝΟΤΗΤΑ 1

Όταν $Q < a/2 \rightarrow E_D > -1$

Παράδειγμα:

Αν $Q=a/4$ τότε $E_D = 1 - \frac{4a}{a} = -3$



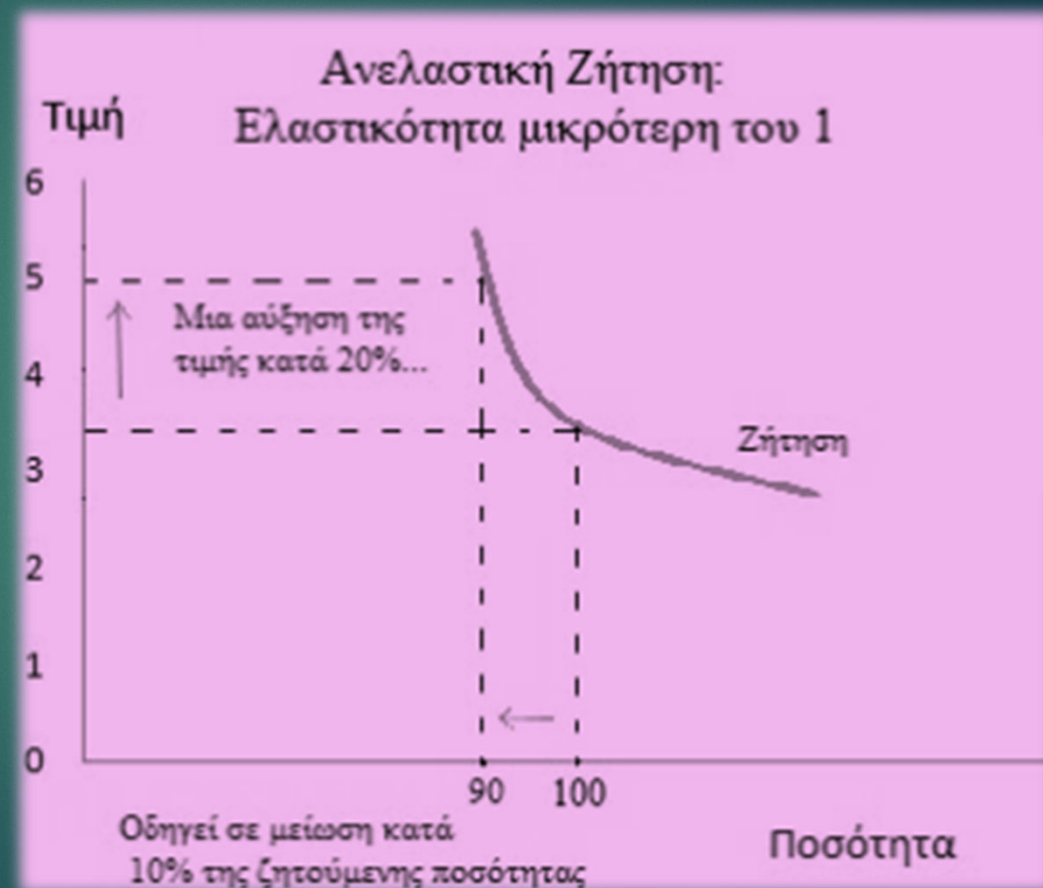
ΕΝΟΤΗΤΑ 1

$$|E_D| > 1$$



ΕΝΟΤΗΤΑ 1

$$|E_D| < 1$$



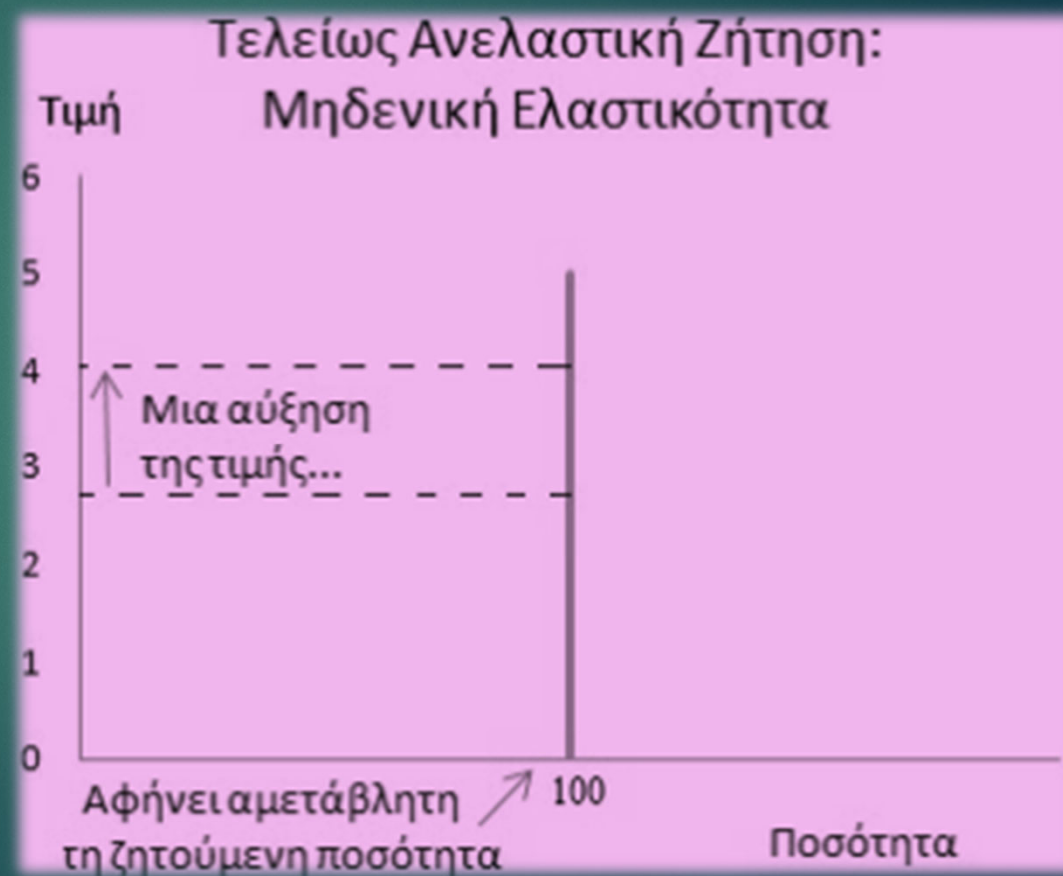
ΕΝΟΤΗΤΑ 1

$$|E_D| = 1$$



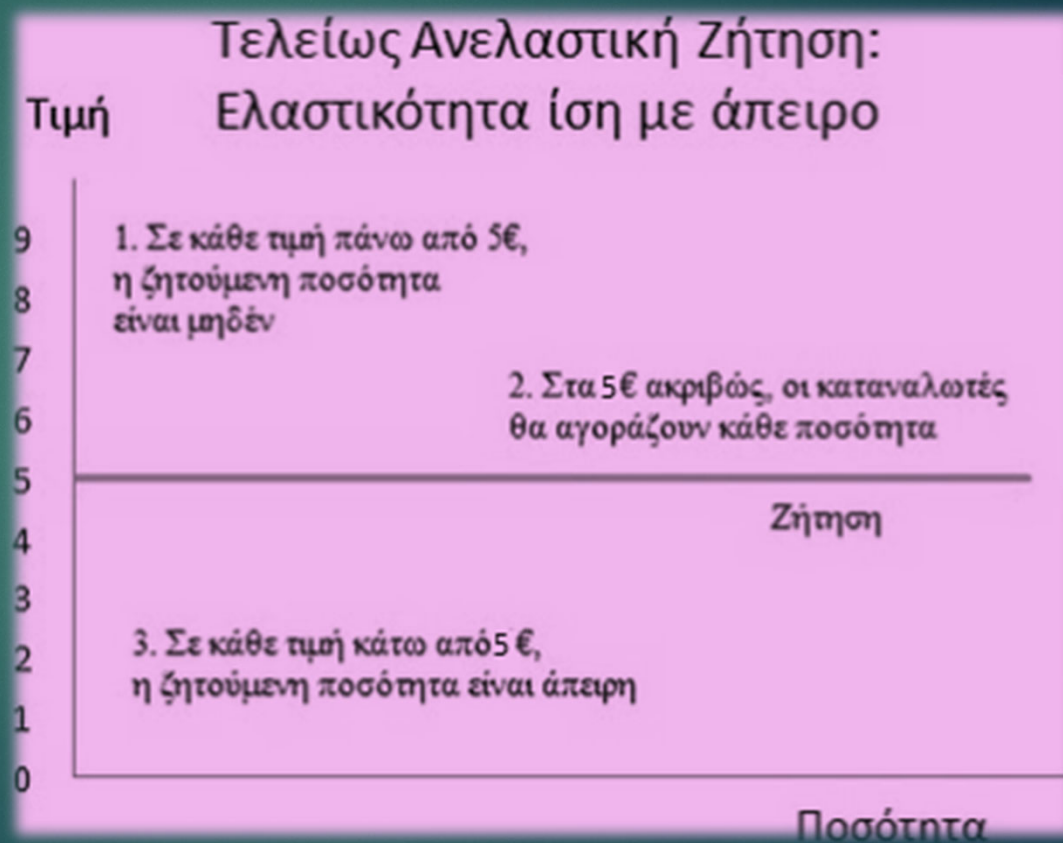
ΕΝΟΤΗΤΑ 1

$$|E_D| = 0$$



ΕΝΟΤΗΤΑ 1

$$|E_D| = \infty$$



ΕΝΟΤΗΤΑ 1

ΑΣΚΗΣΗ

Δίνεται η ακόλουθη συνάρτηση ζήτησης: $Q = 50 - 0,1P$

Να βρεθεί η ελαστικότητα ζήτησης ως προς την τιμή, όταν $P = 2$.

ΕΝΟΤΗΤΑ 1

ΛΥΣΗ

Η ελαστικότητα ζήτησης δίνεται από τον τύπο:

$$E_D = \frac{\left(\frac{\Delta Q}{Q}\right)}{\left(\frac{\Delta P}{P}\right)}$$

Από την $Q = 50 - 0,1P$ $\Rightarrow$ $\left(\frac{\Delta Q}{\Delta P}\right) = -0,1$

$$E_D = -0,1 * \frac{P}{Q}$$

Όταν $P = 2$ τότε $Q = 50 - 0,1 \cdot 2 \rightarrow Q = 49,8$

Για $P = 2$ και $Q = 49,8$

$$E_D = -0,1 \cdot \frac{2}{49,8} \rightarrow E_D = -0,004$$

Άρα, η ελαστικότητα ζήτησης ως προς την τιμή ισούται με $-0,004$, όταν η τιμή ισούται με 2.

ΕΝΟΤΗΤΑ 1

Η ελαστικότητα της προσφοράς (E_s), ως προς την τιμή, ορίζεται ως η ποσοστιαία μεταβολή στην προσφερόμενη ποσότητα (Q), όταν μεταβάλλεται η τιμή (P) κατά 1%.

$$E_s = \frac{\left(\frac{\Delta Q}{Q}\right)}{\left(\frac{\Delta P}{P}\right)}$$

ΕΝΟΤΗΤΑ 1

Αν η συνάρτηση προσφοράς δίνεται από τη συνάρτηση $Q = \gamma + \delta P$

Μια μεταβολή της P κατά ΔP θα είναι:

$$Q + \Delta Q = \gamma + \delta(P + \Delta P) \quad * \rightarrow \quad \Delta Q = \delta \Delta P \rightarrow \delta = \frac{\Delta Q}{\Delta P}$$

$$E_S = \frac{\left(\frac{\Delta Q}{Q}\right)}{\left(\frac{\Delta P}{P}\right)} \xrightarrow{\delta = \frac{\Delta Q}{\Delta P}} Es = \left(\frac{P}{Q}\right) * \delta \xrightarrow{Q = \gamma + \delta P} Es = \delta * \frac{P}{(\gamma + \delta P)}$$

*αφαιρώ την $Q = \gamma + \delta P$

ΕΝΟΤΗΤΑ 1

ΑΣΚΗΣΗ

Η συνάρτηση προσφοράς: $Q - 100 - 0,3P = 0$

Να βρεθεί η ελαστικότητα της προσφοράς ως προς την τιμή για τα μήλα,
όταν $P = 10$ ευρώ.

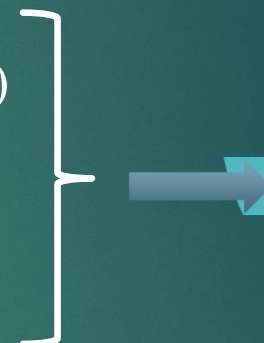
ΕΝΟΤΗΤΑ 1

ΛΥΣΗ

$$Q - 100 - 0,3P = 0 \rightarrow Q = 100 + 0,3P$$

Η ελαστικότητα προσφοράς

$$E_s = \frac{\Delta Q}{Q} / \frac{\Delta P}{P} = \left(\frac{\Delta Q}{\Delta P} \right) \left(\frac{P}{Q} \right)$$



$$E_s = 0,3 * \frac{P}{Q}$$

$$\text{Από την } Q = 100 + 0,3P \rightarrow \frac{\Delta Q}{\Delta P} = 0,3$$

$$\text{Όταν } P = 10 \text{ τότε } Q = 100 + 0,3 * 10 \rightarrow Q = 103$$

$$\text{Για } P = 10 \text{ και } Q = 103$$

$$E_s = 0,3 * \frac{10}{103} \rightarrow E_s = 0,029$$

Άρα, η ελαστικότητα της προσφοράς ως προς την τιμή ισούται με 0,029, όταν η τιμή ισούται με 10 ευρώ

ΠΟΛΥΜΕΤΑΒΛΗΤΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΖΗΤΗΣΗΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ 1

Ας υποθέσουμε τη συνάρτηση ζήτησης:

$$Q = \alpha - \beta P + \gamma Y + \delta \Pi + \varepsilon T$$

Αν : $\alpha = 100$

$$\beta = 3$$

$$\gamma = 0,01$$

$$\delta = 0,4$$

$$\varepsilon = 0,05$$

Όπου

P: Η τιμή του ζητούμενου αγαθού.

Y: Το εισόδημα του καταναλωτή.

Π: Η τιμή του υποκατάστατου ή συμπληρωματικού αγαθού.

T: Μια ποσότητα, η οποία εκφράζει τις μεταβολές στις προτιμήσεις του καταναλωτή.



$$Q = 100 - 3P + 0,01Y + 0,4\Pi + 0,05T$$

ΠΟΛΥΜΕΤΑΒΛΗΤΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΖΗΤΗΣΗΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ 1

Η ελαστικότητα της ζήτησης (E_D) ως προς την τιμή (P) θα είναι:

$$E_d = \left(\frac{P}{Q}\right) * \left(\frac{\Delta Q}{\Delta P}\right)$$

Αν η τιμή (P) μεταβληθεί κατά ΔP , με δεδομένα τα Y , Π και T η

$$Q = 100 - 3P + 0,01Y + 0,4\Pi + 0,05T$$

Γίνεται

$$Q + \Delta Q = 100 - 3(P + \Delta P) + 0,01Y + 0,4\Pi + 0,05T$$

Αφαιρώ την
 $Q = 100 - 3P + 0,01Y + 0,4\Pi + 0,05T$

$$\Delta Q = -3(\Delta P)$$

$$\rightarrow \frac{\Delta Q}{\Delta P} = -\beta = -3$$

ΠΟΛΥΜΕΤΑΒΛΗΤΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΖΗΤΗΣΗΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ 1

Έστω $P = 10$, $Y = 2.000$, $\Pi = 10$ και $T = 40$

τότε η $Q = 100 - 3P + 0,01Y + 0,4\Pi + 0,05T$

$$Q = 100 - 3 \cdot 10 + 0,01 \cdot 2.000 + 0,4 \cdot 10 + 0,05 \cdot 40$$

$$\longrightarrow Q = 100 - 30 + 20 + 4 + 2$$

$$\longrightarrow Q = 96$$

$$\frac{\Delta Q}{\Delta P} = -\beta = -3$$

$$E_D = \left(\frac{\Delta Q}{\Delta P} \right) * \left(\frac{P}{Q} \right) = -\beta \left(\frac{P}{q} \right) = \left(\frac{10}{96} \right) * (-3) = -0,31$$

ΠΟΛΥΜΕΤΑΒΛΗΤΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΖΗΤΗΣΗΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ 1

Αντίστοιχα εργαζομαι για την ελαστικότητα της ζήτησης ως προς το εισόδημα (Y)...

Συνεπώς, για τη συνάρτηση: $Q = \alpha - \beta P + \gamma Y + \delta \Pi + \varepsilon T = 100 - 3P + 0,01Y + 0,4\Pi + 0,05T$

$$E_Y = \left(\frac{\Delta Q}{\Delta Y} \right) * \left(\frac{Y}{Q} \right) = \gamma * \frac{Y}{Q} = 0,01 * \left(\frac{2.000}{96} \right) = \frac{20}{96} = 0,20$$

Αν το εισόδημα αυξηθεί κατά 1%, η ζητούμενη ποσότητα θα αυξηθεί κατά 0,20%.

ΠΟΛΥΜΕΤΑΒΛΗΤΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΖΗΤΗΣΗΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ 1

Η ελαστικότητα ζήτησης ως προς την τιμή του υποκατάστατου ή συμπληρωματικού (Π) αγαθού θα ονομάζεται **σταυροειδής ελαστικότητα ζήτησης** (E_{XD})

Συνεπώς, για τη συνάρτηση: $Q = \alpha - \beta P + \gamma Y + \delta \Pi + \varepsilon T = 100 - 3P + 0,01Y + 0,4\Pi + 0,05T$

$$E_{XD} = \left(\frac{\Delta Q}{\Delta \Pi} \right) * \left(\frac{\Pi}{Q} \right) = \delta * \frac{\Pi}{Q} = 0,4 * \left(\frac{10}{96} \right) = \frac{20}{96} = 0,04$$

- $\forall E_{XD} > 0 \quad \rightarrow \quad \text{ΥΠΟΚΑΣΤΑΤΟ}$
- $\forall E_{XD} < 0 \quad \rightarrow \quad \text{ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΟ}$

ΕΝΟΤΗΤΑ 1

ΑΣΚΗΣΗ

Έστω ότι η συνάρτηση ζήτησης ενός αγαθού X:

$$Q_X = 20 - 2P_X - 0,5P_\Psi + 0,01Y$$

Q_X : Η ζητούμενη ποσότητα του αγαθού X.

P_X : Η τιμή του αγαθού X.

P_Ψ : Η τιμή του αγαθού Ψ.

Y : Το εισόδημα του καταναλωτή.

1) Να εκφραστεί:

α) $Q_X = \Phi(P_X)$, όταν $P_\Psi = 10$ και $Y = 500$

β) $Q_X = \Phi(P_\Psi)$, όταν $P_X = 10$ και $Y = 2.000$

γ) $Q_X = \Phi(Y)$, όταν $P_X = 5$ και $P_\Psi = 10$

2) Να εκτιμηθούν:

α) Η ελαστικότητα E_{XD} για 1(α) όταν $P_X = 5$.

β) Η ελαστικότητα $E_{\Psi D}$ για 1(β) όταν $P_\Psi = 10$.

ΕΝΟΤΗΤΑ 1

ΛΥΣΗ

1α) Θέλουμε να εκφράσουμε $Q_x = \Phi(P_x)$ για δεδομένες τιμές $P_\psi = 10$ και $Y = 500$

Οπότε η συνάρτηση $Q_x = 20 - 2P_x - 0,5P_\psi + 0,01Y$ γίνεται

$$Q_x = 20 - 2P_x - 0,5P_\psi + 0,01Y$$

$$\rightarrow Q_x = 20 - 2P_x - (0,5 * 10) + (0,01 * 500)$$

$$\rightarrow Q_x = 20 - 2P_x - 5 + 5$$

$$\rightarrow Q_x = 20 - 2P_x$$

ΕΝΟΤΗΤΑ 1

ΛΥΣΗ

1β) Θέλουμε να εκφράσουμε $Q_x = \Phi(P_\psi)$ για δεδομένες τιμές $P_x = 10$ και $Y = 2.000$

Οπότε η συνάρτηση $Q_x = 20 - 2P_x - 0,5P_\psi + 0,01Y$ γίνεται

$$Q_x = 20 - 2P_x - 0,5P_\psi + 0,01Y$$

$$\rightarrow Q_x = 20 - (2 * 10) - 0,5P_\psi + (0,01 * 2.000)$$

$$\rightarrow Q_x = 20 - 0,5P_\psi$$

ΕΝΟΤΗΤΑ 1

ΛΥΣΗ

1γ) Θέλουμε να εκφράσουμε $Q_x = \Phi(Y)$ για δεδομένες τιμές $P_x = 5$ και $P_\psi = 10$

Οπότε η συνάρτηση $Q_x = 20 - 2P_x - 0,5P_\psi + 0,01Y$ γίνεται

$$Q_x = 20 - (2 \cdot 5) - (0,5 \cdot 10) + 0,01Y$$

$$\rightarrow Q_x = 5 + 0,01Y$$

ΕΝΟΤΗΤΑ 1

ΛΥΣΗ

2α) Για να εκτιμήσουμε την ελαστικότητα E_{XD} για 1 (α) όταν $P_x = 5$

$$E_{XD} = \left(\frac{\Delta Q}{\Delta P_x} \right) * \left(\frac{P_x}{Q} \right)$$

Από ερώτημα 1^ο $\rightarrow Q_x = 20 - 2P_x \rightarrow \left(\frac{\Delta Q}{\Delta P_x} \right) = -2$

$P_x = 5$
 $\downarrow$
 $Q_x = 20 - (2 * 5)$
 $\rightarrow Q_x = 10$

$$E_{XD} = \left(\frac{\Delta Q}{\Delta P_x} \right) * \left(\frac{P_x}{Q} \right) = (-2) \cdot \left(\frac{5}{10} \right) = -1$$

ΕΝΟΤΗΤΑ 1

ΛΥΣΗ

2β) Για να εκτιμήσουμε την ελαστικότητα $E_{\psi D}$ για 1 (β) όταν $P_{\psi} = 10$

$$E_{\psi D} = \left(\frac{\Delta Q}{\Delta P_{\psi}} \right) * \left(\frac{P_{\psi}}{Q} \right)$$

Από ερώτημα 1^β $\rightarrow Q_x = 20 - 0,5P_{\psi}$ $\rightarrow \left(\frac{\Delta Q}{\Delta P_{\psi}} \right) = -0,5$

$P_{\psi} = 10$

$\downarrow$

$$Q_x = 20 - (0,5 * 10)$$

$$\rightarrow Q_x = 15$$

$$E_{\psi D} = \left(\frac{\Delta Q}{\Delta P_{\psi}} \right) * \left(\frac{P_{\psi}}{Q} \right) = (-0,5) \cdot \left(\frac{10}{15} \right) = -\frac{1}{3}$$

ΕΝΟΤΗΤΑ 1

ΑΣΚΗΣΗ

Δίνεται η ακόλουθη συνάρτηση προσφοράς:

$$Q = c + d \cdot P, \quad d > 0$$

1. Ναδειχθεί ότι η ελαστικότητα προσφοράς E_s είναι $E_s > 0$.
2. Να βρεθεί, επίσης, μια συνθήκη, για να ισχύει $E_s > 1$ σε οποιαδήποτε ποσότητα Q .
3. Να δοθεί και η οικονομική ερμηνεία της ελαστικότητας για $E_s > 1$.

ΕΝΟΤΗΤΑ 1

ΛΥΣΗ

1. Ναδειχθεί ότι η ελαστικότητα προσφοράς E_s είναι $E_s > 0$

Η ελαστικότητα της προσφοράς είναι:

$$E_s = \frac{\Delta Q/Q}{\Delta P/P} = \left(\frac{\Delta Q}{\Delta P} \right) \left(\frac{P}{Q} \right) \quad \xrightarrow{Q=c+dP} \quad E_s = d * \left(\frac{P}{Q} \right)$$

Όμως, $d > 0 \Rightarrow E_s > 0$

ΕΝΟΤΗΤΑ 1

ΛΥΣΗ

2. Να βρεθεί, επίσης, μια συνθήκη, για να ισχύει $E_s > 1$ σε οποιαδήποτε ποσότητα Q

Για να ισχύει $E_s > 1$ θα πρέπει:

$$E_s > 1 \quad \xrightarrow{E_s = d * \left(\frac{P}{Q}\right)} \quad d \frac{P}{Q} > 1 \quad \Rightarrow \quad dP > Q \quad \Rightarrow \quad dP > c + dP$$
$$\Rightarrow \quad c < 0$$

Δηλαδή για $c < 0$ ισχύει $E_s > 1$

ΕΝΟΤΗΤΑ 1

ΛΥΣΗ

3. Να δοθεί και η οικονομική ερμηνεία της ελαστικότητας για $E_s > 1$

Όταν η ελαστικότητα της προσφοράς είναι $E_s > 1$, τυχούσα ποσοστιαία μεταβολή της τιμής θα επιφέρει αναλογικά μεγαλύτερη ποσοστιαία μεταβολή της προσφερόμενης ποσότητας.

Η προσφορά είναι ελαστική.

ΕΝΟΤΗΤΑ 1

ΑΣΚΗΣΗ

Βρείτε την ελαστικότητα ζήτησης για τη συνάρτηση

$$X = 100 - p - p^2 \quad \text{όταν } p=5.$$

ΕΝΟΤΗΤΑ 1

ΛΥΣΗ

$$X = 100 - p - p^2$$

$$\frac{dx}{dp} = -1 - 2p$$

Ελαστικότητα ζήτησης

$$E_d = - \frac{p}{x} \frac{dx}{dp} = - \frac{p(-1-2p)}{100-p-p^2} = \frac{p+2p^2}{100-p-p^2}$$

Όταν $p=5$, $E_d = \frac{5+50}{100-5-25} = \frac{55}{70} = \frac{11}{14} = 0,79 < 1$ (ΑΝΕΛΑΣΤΙΚΗ)