

ΠΑΝΤΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ & ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ
ΠΜΣ ΕΦΗΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΚΑΙ ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ
ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ ΑΣΤΙΚΗΣ & ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ
ΠΟΣΟΤΙΚΗ ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Μέτρα Διασποράς και Συγκέντρωσης

Ομ. Καθ. Αθ. Παπαδασκαλόπουλος

Ινστιτούτο Περιφερειακής Ανάπτυξης

Βιομηχανική Απασχόληση σε χιλ. (1991)

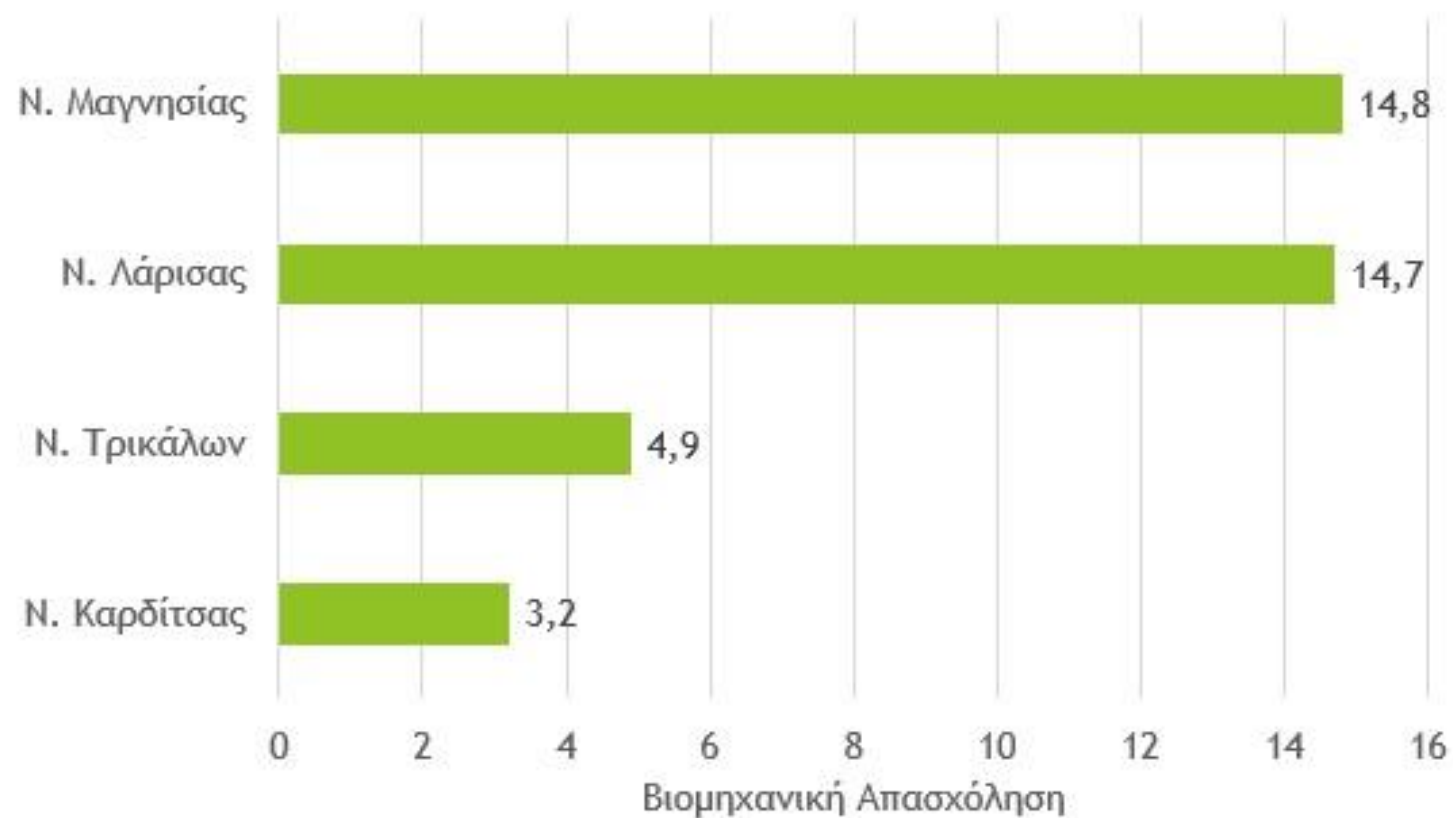
	A	A ⁰	A%
Ν. Καρδίτσας	3,2	30,64	8,51
Ν. Λάρισας	14,7	140,74	39,10
Ν. Μαγνησίας	14,8	141,70	39,36
Ν. Τρικάλων	4,9	46,91	13,03
	37,6	360,00	100,00

Πηγή: ΕΛ.ΣΤΑΤ., Ιδία επεξεργασία

$$A_{K(\%)} = \frac{3,2}{37,6} * 100$$

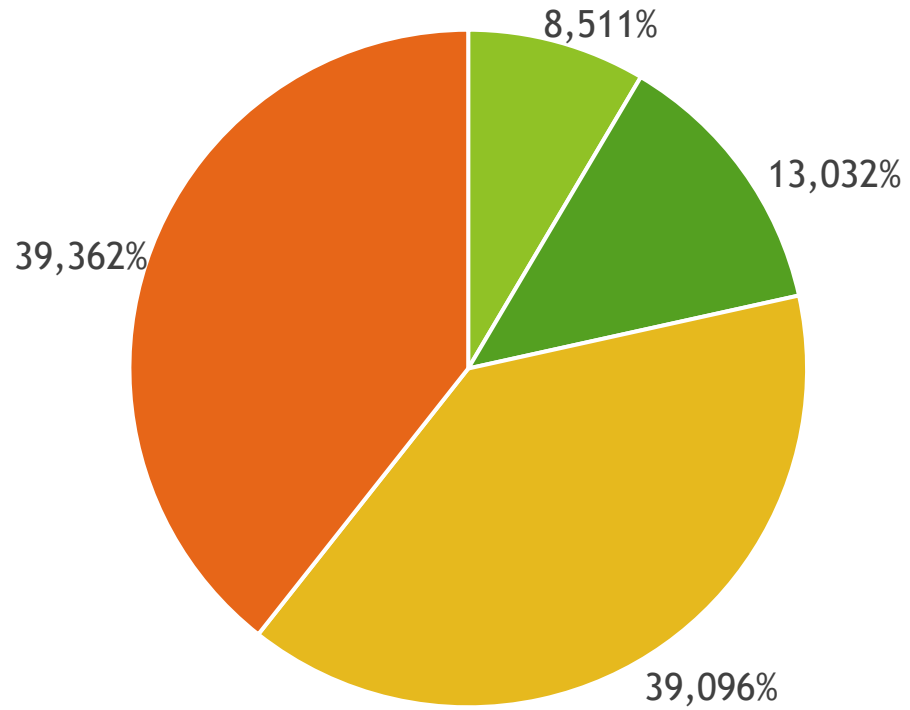
$$A_{K(M)} = \frac{3,2}{37,6} * 360$$

Βιομηχανική Απασχόληση σε χιλ. (1991)



Πηγή: ΕΛ.ΣΤΑΤ., Ιδία επεξεργασία

Βιομηχανική Απασχόληση σε χιλ. (1991)



■ N. Καρδίτσας ■ N. Τρικάλων ■ N. Λάρισας ■ N. Μαγνησίας

Πηγή: ΕΛ.ΣΤΑΤ., Ιδία επεξεργασία

Βιομηχανική Απασχόληση σε χιλ. (1991)

Θεσσαλία	A	Κρήτη	A
N. Καρδίτσας	3,2	N. Ηρακλείου	9,1
N. Λάρισας	14,7	N. Λασιθίου	1,8
N. Μαγνησίας	14,8	N. Ρεθύμνου	1,7
N. Τρικάλων	4,9	N. Χανίων	5,3
Σ	37,6	Σ	17,9
\bar{x}	9,4	\bar{x}	4,5
V	11,8	V	7,4
R	4,7	R	5,4

Πηγή: ΕΛ.ΣΤΑΤ., Ιδία επεξεργασία

Βιομηχανική Απασχόληση σε χιλ. (1991)

Θεσσαλία	A	$x - \bar{x}$	$ x - \bar{x} $	$(x_r - \bar{x})^2$
N. Καρδίτσας	3,2	-6,2	6,2	38,44
N. Λάρισας	14,7	5,3	5,3	28,09
N. Μαγνησίας	14,8	5,4	5,4	29,16
N. Τρικάλων	4,9	-4,5	4,5	20,25
Σ	37,6		21,4	115,94

$$\bar{x} = 9,4$$

Πηγή: ΕΛ.ΣΤΑΤ., Ιδία επεξεργασία

$$ΜΑ = \frac{\sum |x_r - \bar{x}|}{N}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_r - \bar{x})^2}{N}}$$

Βιομηχανική Απασχόληση σε χιλ. (1991)

Κρήτη	A	$x - \bar{x}$	$ x - \bar{x} $	$(x_r - \bar{x})^2$
N. Ηρακλείου	9,1	4,6	4,6	21,16
N. Λασιθίου	1,8	-2,7	2,7	7,29
N. Ρεθύμνου	1,7	-2,8	2,8	7,84
N. Χανίων	5,3	0,8	0,8	0,64
Σ	17,9		10,9	36,93

$$\bar{x} = 4,5$$

Πηγή: ΕΛ.ΣΤΑΤ., Ιδία επεξεργασία

$$ΜΑ = \frac{\sum |x_r - \bar{x}|}{N}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_r - \bar{x})^2}{N}}$$

Βιομηχανική Απασχόληση σε χιλ. (1991)

Θεσσαλία

$$MA_{\theta} = \frac{21,4}{4} = 5,35$$

$$\sigma_{\theta} = \sqrt{\frac{115,94}{4}} = \sqrt{28,985} = 5,38$$

$$\sigma_{\theta}^2 \approx 29$$

Κρήτη

$$MA_K = \frac{10,9}{4} = 2,73$$

$$\sigma_K = \sqrt{\frac{36,93}{4}} = \sqrt{9,2325} = 3,05$$

$$\sigma_K^2 \approx 9,23$$

Βιομηχανική Απασχόληση σε χιλ. (1991)

Θεσσαλία

$$\sigma_{\theta} = 5,38$$

$$\bar{x}_{\theta} = 9,4$$

Κρήτη

$$\sigma_K = 3,05$$

$$\bar{x}_K = 4,5$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} 100$$

$$CV_{\theta} = \frac{5,38}{9,4} 100 = 57,23\%$$

$$CV_K = \frac{3,05}{4,5} 100 = 67,55\%$$

Συντελεστής Μεταβλητότητας (CV)

Δεδομένα ΑΕΠ

	1950	1960	1970
Δυτική Γερμανία	28,5	22,5	17,6
Βρετανία	18,2	13,9	11,4
Ιταλία	35,6	35,6	26,0
Γαλλία	22,6	19,8	19,0

Βιομηχανική Απασχόληση σε χιλ. (1991)

Θεσσαλία	A	Κρήτη	A
N. Καρδίτσας	3,2	N. Ηρακλείου	9,1
N. Λάρισας	14,7	N. Λασιθίου	1,8
N. Μαγνησίας	14,8	N. Ρεθύμνου	1,7
N. Τρικάλων	4,9	N. Χανίων	5,3
Σ	37,6	Σ	17,9

A_r/A_θ	$(A_r/A_\theta)^2$	A_r/A_κ	$(A_r/A_\kappa)^2$
0,0851	0,0072	0,5084	0,2585
0,3910	0,1528	0,1006	0,0101
0,3936	0,1549	0,0950	0,0090
0,1303	0,0170	0,2961	0,0877
Σ	0,3320	Σ	0,3653

Για την Καρδίτσα

$$\frac{A_r}{A_\theta} = \frac{3,2}{37,6} = 0,0851$$

$$GH = 100 \sqrt{\sum_i^n \left(\frac{A_r}{A_n} \right)^2}$$

$$100 > GH > \frac{100}{\sqrt{n}}$$

$$GH_\theta = 100 \sqrt{0,3319} = 100 * 0,5762 = 57,62$$

$$GH_\kappa = 100 \sqrt{0,3653} = 100 * 0,6044 = 60,44$$

$$100 > GH > \frac{100}{\sqrt{4}} = 50$$

Απασχόληση σε χιλ. (0, t)

N ₁	A	N ₂	A
R _{1.1}	25	R _{2.1}	0
R _{1.2}	25	R _{2.2}	0
R _{1.3}	25	R _{2.3}	0
R _{1.4}	25	R _{2.4}	100
Σ	100	Σ	100

Ar/An	(Ar/An) ²	Ar/An	(Ar/An) ²
1/4	(1/4) ²	0	0
1/4	(1/4) ²	0	0
1/4	(1/4) ²	0	0
1/4	(1/4) ²	1	1
Σ	4*(1/4) ²	Σ	1

$$GH = 100 \sqrt{\sum_i^n \left(\frac{A_r}{A_n} \right)^2}$$

$$100 > GH > \frac{100}{\sqrt{n}}$$

Ισοκατανομή

$$GH = \sqrt{4 * \frac{1}{4^2} * 100} = \frac{100}{\sqrt{4}} = \frac{100}{\sqrt{n}}$$

Τέλεια συγκέντρωση

$$GH = \sqrt{1} * 100 = 100$$

ΑΕΠ σε εκ.€, 0 - t πληθωρισμός 10%

N	0	t	$x - \bar{x}$	$(x_r - \bar{x})^2$	$x - \bar{x}$	$(x_r - \bar{x})^2$
R ₁	20	22	-10	100	-11	121
R ₂	30	33	0	0	0	0
R ₃	40	44	10	100	11	121
Σ	90	99		200		242
\bar{x}	30	33				

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{200}{3}} = \sqrt{66,67} = 8,16$$

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{242}{3}} = \sqrt{80,67} = 8,98$$

$$CV_0 = \frac{8,16}{30} 100 = 27,2\%$$

$$CV_t = \frac{8,98}{33} 100 = 27,2\%$$

Κατανομή ΑΕΠ σε εκ.€ & Πληθυσμού σε χιλ. (2004)

Θεσσαλία	Υρ	Pr	Κρήτη	Υρ	Pr
Ν. Καρδίτσας	1.374	119	Ν. Ηρακλείου	4.045	294
Ν. Λάρισας	3.690	283	Ν. Λασιθίου	1.303	75
Ν. Μαγνησίας	2.651	205	Ν. Ρεθύμνου	1.186	80
Ν. Τρικάλων	1.512	132	Ν. Χανίων	2.134	150
Σ	9.227	739	Σ	8.668	599

Πηγή: ΕΛ.ΣΤΑΤ., Ιδία επεξεργασία

Κατανομή ΑΕΠ σε εκ.€ (2004)

Θεσσαλία	Υρ	Κρήτη	Υρ
Ν. Καρδίτσας	1.374	Ν. Ηρακλείου	4.045
Ν. Λάρισας	3.690	Ν. Λασιθίου	1.303
Ν. Μαγνησίας	2.651	Ν. Ρεθύμνου	1.186
Ν. Τρικάλων	1.512	Ν. Χανίων	2.134
Σ	9.227	Σ	8.668

Πηγή: ΕΛ.ΣΤΑΤ., Ιδία επεξεργασία

Θεσσαλία, Κατανομή ΑΕΠ σε εκ.€ (2004)

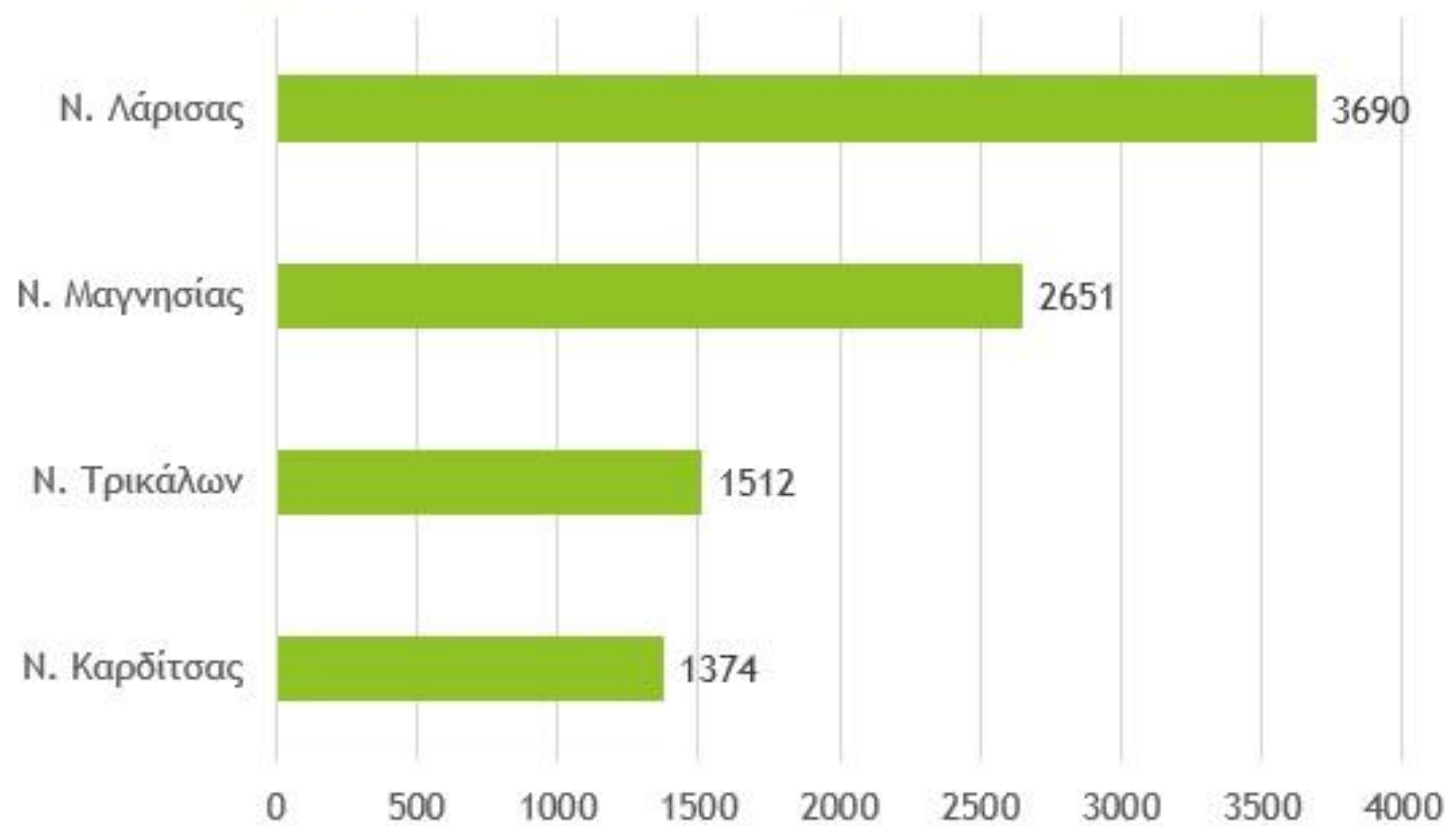
	Υ	Υ ⁰	Υ%
Ν. Καρδίτσας	1.374	53,61	14,89
Ν. Λάρισας	3.690	143,97	39,99
Ν. Μαγνησίας	2.651	103,43	28,73
Ν. Τρικάλων	1.512	58,99	16,39
Σ	9.227	360,00	100,00

Πηγή: ΕΛ.ΣΤΑΤ., Ιδία επεξεργασία

$$Y_{K(M)} = \frac{1.374}{9.227} * 360$$

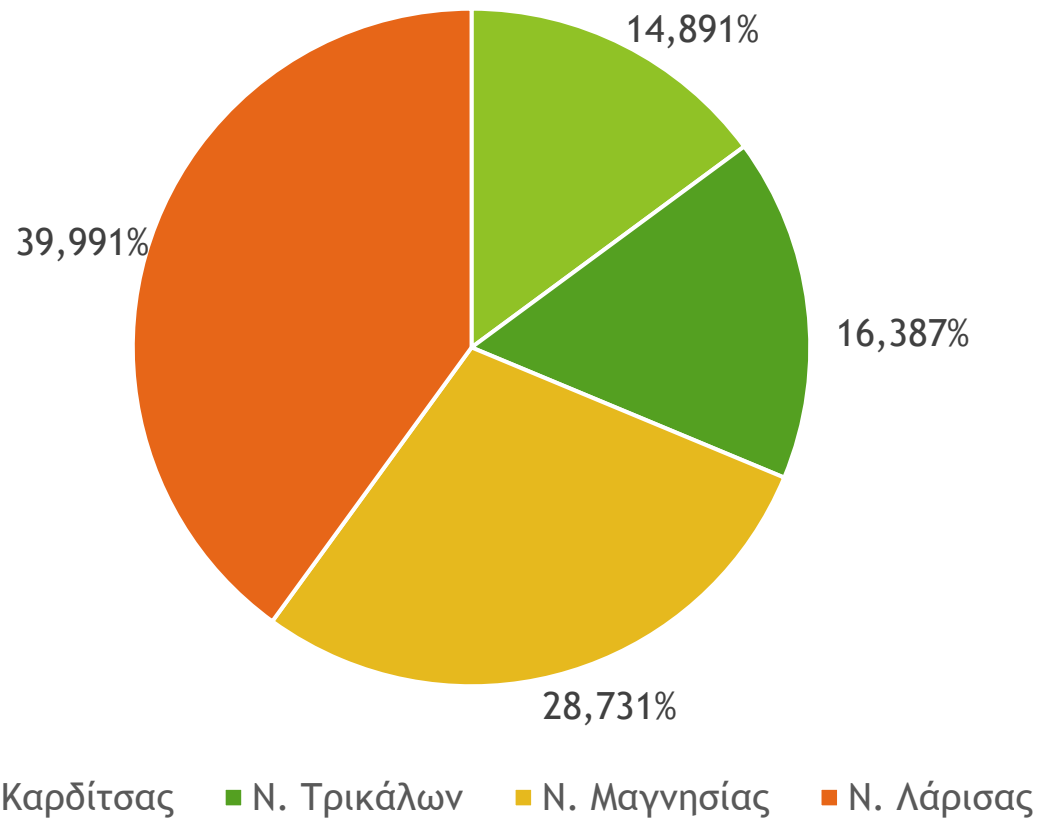
$$Y_{K(\%)} = \frac{1.374}{9.227} * 100$$

Κατανομή ΑΕΠ σε εκ.€ (2004)



Πηγή: ΕΛ.ΣΤΑΤ., Ιδία επεξεργασία

Κατανομή ΑΕΠ σε εκ.€ (2004)



Πηγή: ΕΛ.ΣΤΑΤ., Ιδία επεξεργασία

Κατανομή ΑΕΠ σε εκ.€ (2004)

Θεσσαλία	Υ	$x - \bar{x}$	$ x - \bar{x} $	$(x_r - \bar{x})^2$
Ν. Καρδίτσας	1.374	-933	933	870.489
Ν. Λάρισας	3.690	1.383	1.383	1.912.689
Ν. Μαγνησίας	2.651	344	344	118.336
Ν. Τρικάλων	1.512	-795	795	632.025
Σ	9.227		3.455	3.533.539

Πηγή: ΕΛ.ΣΤΑΤ., Ιδία επεξεργασία

$$\bar{x} = \frac{\sum x_r}{N} = \frac{9.227}{4} = 2.307$$

$$ΜΑ = \frac{\sum |x_r - \bar{x}|}{N} = \frac{3.455}{4} = 863,75$$

$$\sigma_{\theta} = \sqrt{\frac{3.533.539}{4}} = \sqrt{883.384,75} = 939,89 \text{ εκ€}$$

$$CV_{\theta} = \frac{939,89}{2.307} 100 = 40,74\%$$

Κατανομή ΑΕΠ σε εκ.€ (2004)

Κρήτη	Υ	$x - \bar{x}$	$ x - \bar{x} $	$(x_r - \bar{x})^2$
Ν. Ηρακλείου	4.045	1.878	1.878	3.526.884
Ν. Λασιθίου	1.303	-864	864	746.496
Ν. Ρεθύμνου	1.186	-981	981	962.361
Ν. Χανίων	2.134	-33	33	1.089
Σ	8.668		3.756	5.236.830

Πηγή: ΕΛ.ΣΤΑΤ., Ιδία επεξεργασία

$$\bar{x} = \frac{\sum x_r}{N} = \frac{8.668}{4} = 2.167$$

$$MA = \frac{\sum |x_r - \bar{x}|}{N} = \frac{3.756}{4} = 939$$

$$\sigma_K = \sqrt{\frac{5.236.830}{4}} = \sqrt{1.309.208} = 1.144,21 \text{ εκ€} \quad CV_K = \frac{1.144,21}{2.167} 100 = 52,80\%$$

Κατανομή ΑΕΠ σε εκ.€ (2004)

Θεσσαλία	Υ	Κρήτη	Υ
Ν. Καρδίτσας	1.374	Ν. Ηρακλείου	4.045
Ν. Τρικάλων	3.690	Ν. Λασιθίου	1.303
Ν. Λάρισας	2.651	Ν. Ρεθύμνου	1.186
Ν. Μαγνησίας	1.512	Ν. Χανίων	2.134
Σ	9.227	Σ	8.668

Y_r/Y_θ	$(Y_r/Y_\theta)^2$	Y_r/Y_K	$(Y_r/Y_K)^2$
0,149	0,0222	0,464	0,2180
0,400	0,1600	0,150	0,0225
0,287	0,0837	0,137	0,0188
0,164	0,0269	0,246	0,0605
1,000	0,2928	1,000	0,3198

$$GH = 100 \sqrt{\sum_i^n \left(\frac{A_r}{A_n} \right)^2}$$

$$100 > GH > \frac{100}{\sqrt{n}}$$

$$GH_\theta = 100 \sqrt{0,2928} = 100 * 0,541 = 54,1$$

$$GH_K = 100 \sqrt{0,3198} = 100 * 0,565 = 56,5$$

$$100 > GH > \frac{100}{\sqrt{4}} = 50$$

Κατανομή ΑΕΠ σε εκ.€ & Πληθυσμού σε χιλ. (2004)

Θεσσαλία	Υρ	Pr	Κρήτη	Υρ	Pr
Ν. Καρδίτσας	1.374	119	Ν. Ηρακλείου	4.045	294
Ν. Λάρισας	3.690	283	Ν. Λασιθίου	1.303	75
Ν. Μαγνησίας	2.651	205	Ν. Ρεθύμνου	1.186	80
Ν. Τρικάλων	1.512	132	Ν. Χανίων	2.134	150
Σ	9.227	739	Σ	8.668	599

Πηγή: ΕΛ.ΣΤΑΤ., Ιδία επεξεργασία

Σταθμισμένος Συντελεστής Μεταβλητότητας (*W* ή *WCV*)

$$WCV = \frac{\sqrt{\sum_r (y_r - \bar{y})^2 p_r}}{\bar{y}} 100$$

Συμμετοχή πληθυσμού Νομών στην Περιφέρεια

Θεσσαλία	Pr	Pr%	P_r
Ν. Καρδίτσας	119	16,10	0,1610
Ν. Λάρισας	283	38,29	0,3829
Ν. Μαγνησίας	205	27,74	0,2774
Ν. Τρικάλων	132	17,86	0,1786
Περιφέρεια	739	100,00	1,0000

$$p_r = \frac{P_r}{P_n}$$

Σταθμισμένος Συντελεστής Μεταβλητότητας (W ή WCV)

Κατανομή ΑΕΠ σε εκ.€, Πληθυσμού σε χιλ., κκΑΕΠ σε χιλ€/κατ

Θεσσαλία	Yr	Pr	y_r	p_r	$y_r - \bar{y}$	$(y_r - \bar{y})^2$	$(y_r - \bar{y})^2 p_r$
N. Καρδίτσας	1.374	119	11,55	0,1610	-0,94	0,88	0,1422
N. Λάρισας	3.690	283	13,04	0,3829	0,55	0,31	0,1171
N. Μαγνησίας	2.651	205	12,93	0,2774	0,45	0,20	0,0552
N. Τρικάλων	1.512	132	11,45	0,1786	-1,03	1,06	0,1900
Περιφέρεια	9.227	739	12,49			Σ	0,5044

$$y_K = \frac{1.374.000.000\text{€}}{119.000\text{κατ}} = 11.546,22\text{€/κατ} \cong 11,55\text{χιλ€/κατ}$$

$$WCV = \frac{\sqrt{\sum_r (y_r - \bar{y})^2 p_r}}{\bar{y}} 100 = \frac{\sqrt{0,5044}}{12,49} 100 = 5,69\%$$

Κατανομή ΔΕΠ σε εκ.€, Πληθυσμού σε χιλ. & κκΑΕΠ σε χιλ€/κατ (2004)

Θεσσαλία	Υr	Pr	y _r	ΔκκΑΕΠ (Θ=100)	ΠΔ(%)	ΔκκΑΕΠ (Χ=100)	ΠΔ(%)
Ν. Καρδίτσας	1.374	119	11,55	92,47	-7,53	76,49	-23,51
Ν. Λάρισας	3.690	283	13,04	104,40	4,40	86,35	-13,65
Ν. Μαγνησίας	2.651	205	12,93	103,52	3,52	85,63	-14,37
Ν. Τρικάλων	1.512	132	11,45	91,67	-8,33	75,83	-24,17
Περιφέρεια	9.227	739	12,49	100		82,72	-17,28
Χώρα			15,1			100	

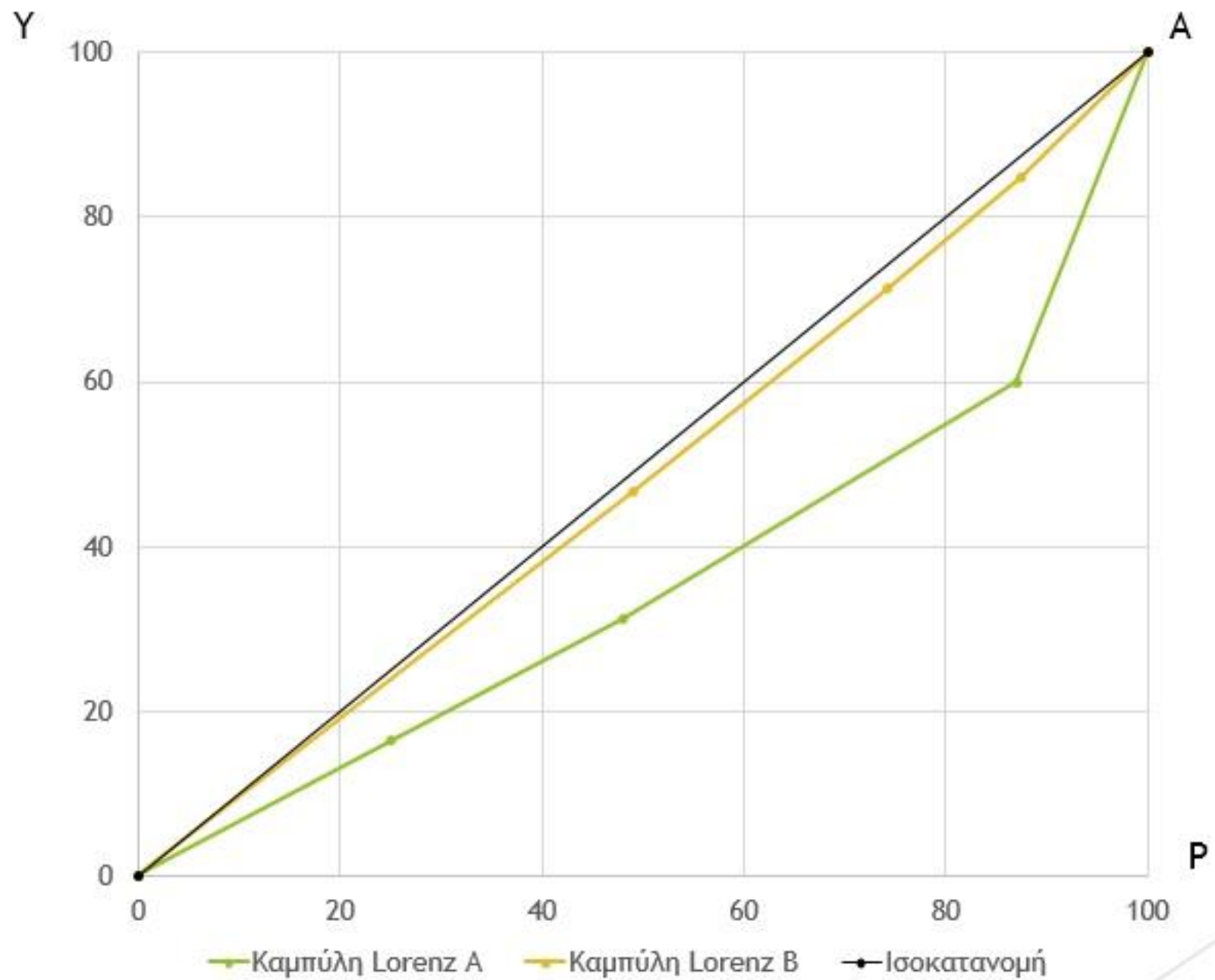
$$\Delta y_r = \frac{y_r}{\bar{y}} * 100$$

$$\text{ΠΔ}y_r(\%) = \frac{y_r - \bar{y}}{\bar{y}} * 100$$

Καμπύλη Lorenz

Κάνοντας χρήση δεδομένων ΑΕΠ και Πληθυσμού οι **απαιτούμενες ενέργειες** για τη δημιουργία της Καμπύλης Lorenz είναι:

- Ανακατάταξη των περιφερειών κατά **αύξουσα τάξη** μεγέθους του **κατά κεφαλήν ΑΕΠ** (ή γενικότερα των **λόγων των δεδομένων των δύο στηλών**)
- Μετατροπή των αρχικών δεδομένων σε ποσοστά
- Δημιουργία **αθροιστικών ποσοστών** για κάθε χαρακτηριστικό



Κατανομή ΑΕΠ σε εκ.€ & Πληθυσμού σε χιλ. (2004)

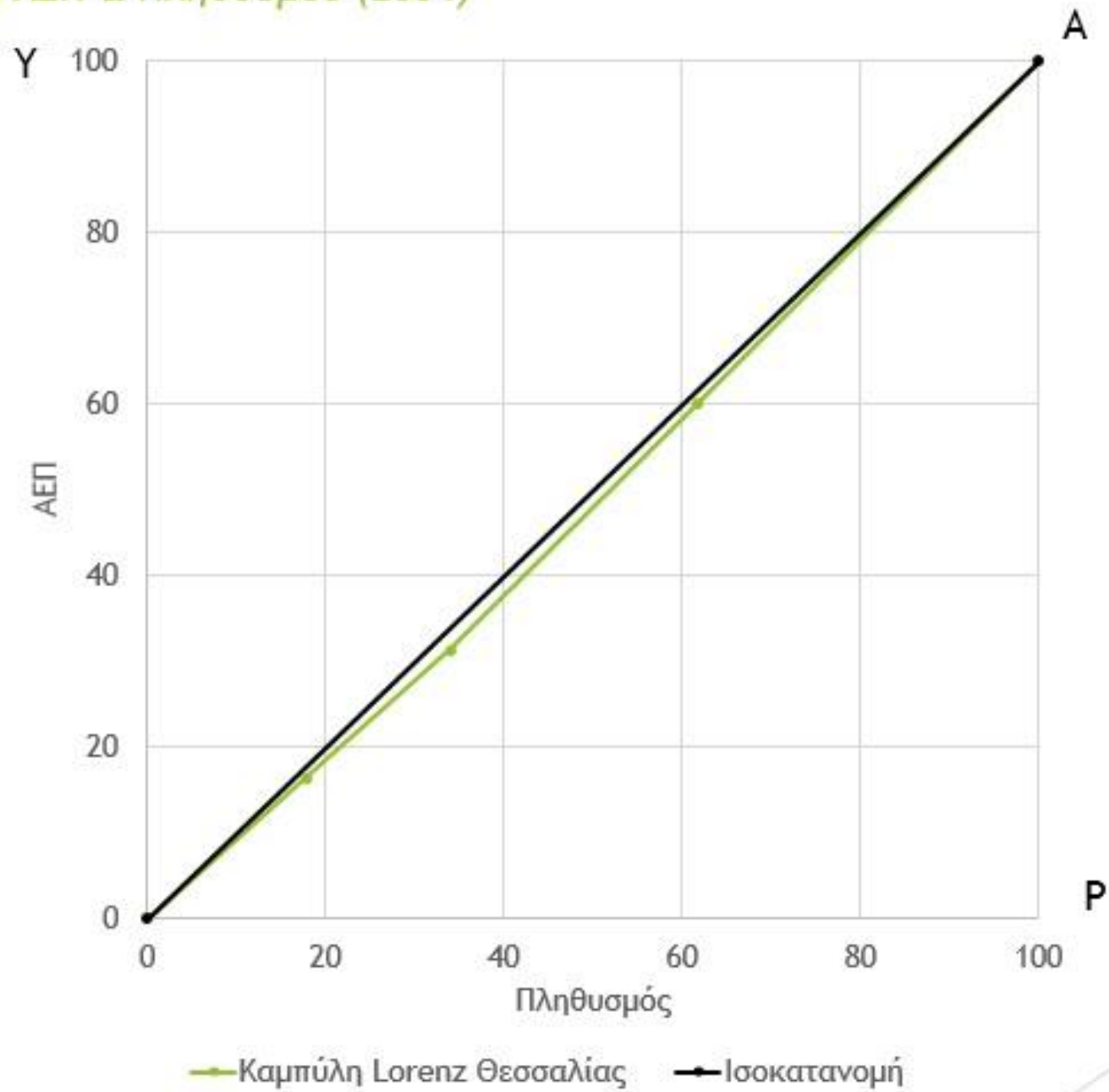
Νομοί	Υr	Pr	Υ _r	Νομοί	Υ _r
Ν. Καρδίτσας	1374	119	11,55	Ν. Τρικάλων	11,45
Ν. Λάρισας	3690	283	13,04	Ν. Καρδίτσας	11,55
Ν. Μαγνησίας	2651	205	12,93	Ν. Μαγνησίας	12,93
Ν. Τρικάλων	1512	132	11,45	Ν. Λάρισας	13,04
<i>Περιφέρεια</i>	<i>9.227</i>	<i>739</i>	<i>12,49</i>		

Κατανομή ΑΕΠ σε εκ.€ & Πληθυσμού σε χιλ. (2004)

Θεσσαλία	Υr	Pr	y_r	Υr(%)	Pr(%)	F _Υ (%)	F _P (%)
Ν. Τρικόλων	1512	132	11,45	16,39	17,86	16,39	17,86
Ν. Καρδίτσας	1374	119	11,55	14,89	16,10	31,28	33,96
Ν. Μαγνησίας	2651	205	12,93	28,73	27,74	60,01	61,71
Ν. Λάρισας	3690	283	13,04	39,99	38,29	100,00	100,00
Περιφέρεια	9.227	739	12,49				

Καμπύλη Lorenz

Κατανομή ΑΕΠ & Πληθυσμού (2004)



Δείκτης Gini

Κατανομή ΑΕΠ σε εκ.€ & Πληθυσμού σε χιλ. (2004)

Θεσσαλία	Υ	Ρ	Y _r	P _r	Y _r /P _r
Ν. Καρδίτσας	1.374	119	0,1489	0,1610	0,9247
Ν. Λάρισας	3.690	283	0,3999	0,3829	1,0443
Ν. Μαγνησίας	2.651	205	0,2873	0,2774	1,0357
Ν. Τρικάλων	1.512	132	0,1639	0,1786	0,9174

Τα στοιχεία Y_r, P_r με πλάγια γραμματοσειρά αφορούν συμμετοχή των Νομών στο ΑΕΠ και τον Πληθυσμό, αντιστοίχως.

$$G = \frac{1}{2} \sum_r \sum_k P_r P_k \left| \frac{Y_r}{P_r} - \frac{Y_k}{P_k} \right|$$

$$1 > G > 0$$

Δείκτης Gini

Κατανομή ΑΕΠ σε εκ.€ & Πληθυσμού σε χιλ. (2004)

$$G = \frac{1}{2} \sum_r \sum_k P_r P_k \left| \frac{Y_r}{P_r} - \frac{Y_k}{P_k} \right| \quad 1 > G > 0$$

$$\text{ΚΛ: } 0,1610 * 0,3829 * |0,9247 - 1,0443| = 0,00737$$

ΚΛ	0,00737
ΚΜ	0,00495
ΚΤ	0,00020
ΛΜ	0,00092
ΛΤ	0,00865
ΜΤ	0,00583
Σ	0,02792

$$G \approx 2,8\%$$

Δείκτης R

Κατανομή ΑΕΠ σε εκ.€ & Πληθυσμού σε χιλ. (2004)

Θεσσαλία	Υ	Ρ	Y _r	P _r	P _r -Y _r
Ν. Καρδίτσας	1.374	119	0,1489	0,1610	0,0121
Ν. Λάρισας	3.690	283	0,3999	0,3829	0,0170
Ν. Μαγνησίας	2.651	205	0,2873	0,2774	0,0099
Ν. Τρικάλων	1.512	132	0,1639	0,1786	0,0148
Σ	9.227	739		Σ	0,0537

Τα στοιχεία Y_r, P_r με πλάγια γραμματοσειρά αφορούν συμμετοχή των Νομών στο ΑΕΠ και τον Πληθυσμό, αντιστοίχως.

$$R = \frac{1}{2} \sum |P_r - Y_r| \quad 1 > R > 0$$

$$R = \frac{1}{2} 0,0537 = 0,02685 \quad R = 2,685\%$$

Συντελεστής Gini

Κατανομή ΑΕΠ σε εκ.€ & Πληθυσμού σε χιλ. (1971)

Περιφέρειες	Υ	Ρ	Υ _r	Ρ _r	Υ _r /Ρ _r
ΑΣΝ	123.805	3.378.582	0,4941	0,3855	1,2816
ΚΔΜ	40.258	1.474.387	0,1607	0,1682	0,9550
ΠΔΣ	31.200	1.284.310	0,1245	0,1465	0,8497
ΘΑ	14.786	660.737	0,0590	0,0754	0,7827
ΑΜ	8.951	417.529	0,0357	0,0476	0,7498
ΚΔΜ	10.290	457.005	0,0411	0,0521	0,7875
Η	8.122	429.187	0,0324	0,0490	0,6619
ΘΡ	5.879	330.149	0,0235	0,0377	0,6228
ΝΑΑ	7.295	332.439	0,0291	0,0379	0,7675
ΣΥΝΟΛΟ	250.586	8.764.325			

Τα στοιχεία Υ_r, Ρ_r με πλάγια γραμματοσειρά αφορούν συμμετοχή των Νομών στο ΑΕΠ και τον Πληθυσμό, αντιστοίχως.

$$G = \frac{1}{2} \sum_r \sum_k P_r P_k \left| \frac{Y_r}{P_r} - \frac{Y_k}{P_k} \right|$$

$$1 > G > 0$$

Συντελεστής Gini

Κατανομή ΑΕΠ σε εκ.€ & Πληθυσμού σε χιλ. (1971)

$$\begin{aligned} G &= 0,3855 * 0,1682 * |1,2816 - 0,9550| + \\ &+ 0,3855 * 0,1465 * |1,2816 - 0,8497| + \\ &+ \dots + \\ &+ 0,0377 * 0,0379 * |0,6228 - 0,7675| = 0,130 \end{aligned}$$

$$G = \frac{1}{2} \sum_r \sum_k P_r P_k \left| \frac{Y_r}{P_r} - \frac{Y_k}{P_k} \right|$$

$$1 > G > 0$$

	1950	1960	1970
Δυτική Γερμανία	0,096	0,071	0,049
Αγγλία	0,101	0,062	0,067
Ιταλία	0,190	0,191	0,144
Γαλλία	0,159	0,138	0,132
Ελλάδα	-	-	0,130

Υπολογισμός ανισοτήτων σε περιφέρειες με διαφορετικό αριθμό νομών
(Κατανομή Απασχόλησης σε χιλ.)

R ₁	A ₀₀₀	R ₂	A ₀₀₀
R _{1.1}	18	R _{2.1}	8
R _{1.2}	12	R _{2.2}	12
R _{1.3}	22	R _{2.3}	4
R _{1.4}	20	Σ	24
Σ	72		
\bar{x}	18	\bar{x}	8
M	19	M	8

$x - \bar{x}$	$(x_r - \bar{x})^2$	$x - \bar{x}$	$(x_r - \bar{x})^2$
0	0	0	0
-6	36	4	16
4	16	-4	16
2	4	Σ	32
Σ	56		

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{\sum(x_r - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{56}{4}} = \sqrt{14} = 3,7$$

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{\sum(x_r - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{32}{3}} = \sqrt{10,67} = 3,27$$

$$CV_1 = \frac{\sigma}{\bar{x}} 100 = \frac{3,74}{18} 100 = 20,77\%$$

$$CV_2 = \frac{\sigma}{\bar{x}} 100 = \frac{3,27}{8} 100 = 40,9\%$$

Κατανομή και δεικτοποίηση κκΑΕΠ (σε χιλ.€)

	y_r (χιλ€)	P_r (χιλ κατ)	$y_r P_r$ (εκ€)
R_1	12	96	1.152
R_2	18	110	1.980
R_3	10	80	800
R_4	20	74	1.480
Σ		360	5.412

$$\bar{y} = \frac{\Sigma P y_r}{\Sigma P} = \frac{Y}{P} = \frac{5.412}{360} \cong 15 \text{ χιλ€}$$

$$\Delta y_r = \frac{y_r}{\bar{y}} * 100$$

$$\Delta y_{R1} = \frac{12}{15} * 100 = 80$$

$$\Delta y_r(\%) = \frac{y_r - \bar{y}}{\bar{y}} * 100$$

$$\Delta y_{R1}(\%) = \frac{12 - 15}{15} * 100 = -20\%$$

Όπου Δ : Δείκτης, και όπου $\Pi\Delta$: Ποσοστιαία Διαφορά

Απόκλιση από μέσο y

	Δy_r	$\Pi\Delta(\%)$
R_1	80	-20
R_2	120	+20
R_3	66,7	-33,3
R_4	133,3	+33,3

Συντελεστής Gini - Hirschman

Κατανομή Απασχόλησης σε χιλ.

R_1	A_{000}	R_2	A_{000}
$R_{1.1}$	18	$R_{2.1}$	8
$R_{1.2}$	12	$R_{2.2}$	12
$R_{1.3}$	22	$R_{2.3}$	4
$R_{1.4}$	20	Σ	24
Σ	72		

A_r/A_n	$(A_r/A_n)^2$	A_r/A_n	$(A_r/A_n)^2$
0,25	0,06	0,33	0,11
0,16	0,03	0,50	0,25
0,31	0,10	0,17	0,03
0,28	0,08	Σ	0,39
Σ	0,27		

$$GH = 100 \sqrt{\sum_i^n \left(\frac{A_r}{A_n} \right)^2}$$

$$GH_{R1} = 100 \sqrt{0,27} = 100 * 0,52 = 52$$

$$\frac{100}{\sqrt{4}} = 50 < GH < 100$$

$$\frac{52 - 50}{50} * 100 = 4\% > \min(\text{ισοκατανομή})$$

$$GH_{R2} = 100 \sqrt{0,39} = 100 * 0,62 = 62$$

$$\frac{100}{\sqrt{3}} = 57,8 < GH < 100$$

$$\frac{62 - 57,8}{57,8} * 100 = 7,3\% > \min(\text{ισοκατανομή})$$

Σταθμισμένος Συντελεστής Μεταβλητότητας (W ή WCV)
 Κατανομή ΑΕΠ σε εκ.€, Πληθυσμού σε χιλ., κκΑΕΠ σε χιλ€/κατ

R_1	Y_r	P_r	y_r	p_r	$y_r - \bar{y}$	$(y_r - \bar{y})^2$	$(y_r - \bar{y})^2 p_r$
$R_{1.1}$	1.500	120	12,5	0,29	-4,33	18,74	5,49
$R_{1.2}$	2.000	100	20	0,24	3,17	10,05	2,45
$R_{1.3}$	2.200	110	20	0,27	3,17	10,05	2,70
$R_{1.4}$	1.200	80	15	0,20	-1,83	3,35	0,65
Σ	6.900	410	16,83			Σ	11,29

$$WCV = \frac{\sqrt{\sum_r (y_r - \bar{y})^2 p_r}}{\bar{y}} 100 = \frac{\sqrt{11,29}}{16,83} 100 = 19,96\%$$

Κατανομή ΔΕΠ σε εκ.€, Πληθυσμού σε χιλ., κκΔΕΠ σε χιλ€/κατ (2004)

R_1	Υr	Pr	y_r	R_1	Υr(%)	Pr(%)	$F_Y(\%)$	$F_P(\%)$
$R_{1.1}$	1.500	120	12,5	$R_{1.1}$	21,74	29,27	21,74	29,27
$R_{1.2}$	2.000	100	20	$R_{1.4}$	17,39	19,51	39,13	48,78
$R_{1.3}$	2.200	110	20	$R_{1.2}$	28,99	24,39	68,12	73,17
$R_{1.4}$	1.200	80	15	$R_{1.3}$	31,88	26,83	100,00	100,00
Σ	6.900	410	16,83					

Καμπύλη Lorenz

Κατανομή ΑΕΠ & Πληθυσμού

